

**Региональный методический конкурс педагогических  
работников образовательных организаций Костромской  
области**

**Номинация: Авторские образовательные программы**

**Рабочая программа учебной дисциплины  
ОП.08 Математические методы в профессиональной  
деятельности**

**Автор: Холинова О.А. – преподаватель ОГБПОУ «Костромской торгово-  
экономический колледж»**

Кострома, 2025

Рассмотрен и одобрен на заседании ЦМК  
общеобразовательных дисциплин  
Протокол № 6 от 21.01.2025

Рекомендован к применению  
Заседание методического совета  
Протокол № 7 от 28.02.2025

Холинова О.А. Математика. Рабочая программа учебной дисциплины ОП.08 Математические методы в профессиональной деятельности. – Кострома: ОГБПОУ «Костромской торгово-экономический колледж», 2025. – 94 с.

Рабочая программа учебной дисциплины ОП.08 Математические методы в профессиональной деятельности разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности 15.02.17 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования (по отраслям), утверждённого приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 12 сентября 2023 г. Приказ N 676.

© ОГБПОУ «Костромской торгово-экономический колледж», 2025

© Холинова О.А., 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА</b>	<b>4</b>
<b>1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>9</b>
<b>2. СТРУКТУРА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>12</b>
<b>3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ</b>	<b>18</b>
<b>4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>20</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>22</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ</b>	<b>24</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ</b>	<b>25</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ТЕСТИРОВАНИЯ</b>	<b>67</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 3. САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ (АУДИТОРНЫЕ)</b>	<b>89</b>

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа учебной дисциплины ОП.08 Математические методы в профессиональной деятельности разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности 15.02.17 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования (по отраслям), утверждённого приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 12 сентября 2023 г. Приказ N 676. Данная специальность была впервые внедрена в ОГБПОУ «Костромской торгово-экономический колледж» в 2024-2025 учебном году.

Данная программа направлена на формирование у обучающихся основных математических навыков и умений, а также овладение общими и профессиональными компетенциями, способствующими успешной профессиональной деятельности. Введение математических методов в обучение позволит будущим специалистам эффективно решать инженерные задачи, связанные с проектированием, эксплуатацией и обслуживанием промышленного оборудования.

В современных условиях многие профессии требуют от специалистов умения работать с аналитическими данными, моделировать ситуации и принимать обоснованные решения. Знания в области математических методов помогают развивать эти навыки. Математические методы являются основой для анализа информации в различных областях: экономике, инженерии, управлении и других. Поэтому их изучение способствует формированию комплексного подхода к решению профессиональных задач. В условиях быстро меняющегося рынка труда и технологического прогресса, знания математических методов позволяют специалистам легче адаптироваться к новым требованиям и эффективно использовать современные технологии. Изучение математических методов может повысить конкурентоспособность выпускников на рынке труда, так как работодатели часто ищут специалистов, обладающих аналитическими навыками.

Особый акцент в программе сделан на практические занятия, что является очевидным признаком соответствия современным требованиям к организации учебного процесса. Практическим занятиям (Приложение 1) отведена большая часть изучаемого курса, так как в соответствии с требованиями ФГОС, вся система обучения математики в СПО должна показывать практическое значение математической науки, учить студентов применять теоретические знания для решения конкретных вопросов и задач, с которыми они столкнутся в процессе обучения выбранной специальности. Основным принципом разработки программы является связь математических методов с реальными задачами профессиональной деятельности. Важно показать, как именно математические методы могут быть применены в конкретных отраслях. Программа охватывает широкий спектр математических методов, включая как классические, так и современные техники, такие как методы статистики, теории вероятностей, оптимизации, методы математического анализа и т.д. При этом сделан акцент на их взаимосвязь и совместное применение.

Разработка учебных кейсов и задач на основе реальных ситуаций из профессиональной деятельности, способствует лучшему усвоению материала и подготовке студентов к реальным вызовам. Формирование у студентов навыков анализа и интерпретации данных, которые необходимы для принятия обоснованных решений в профессиональной среде.

Опыт преподавания в колледже показывает, что целенаправленное внедрение в практику обучения прикладных задач ведёт к повышению качества математических знаний, повышению уровня обучаемости, мотивации к изучению Математических методов в профессиональной деятельности, то есть формирует профессиональную компетентность, которая позволяет обучающимся стать более конкурентоспособными на рынке труда.

Целью программы является развитие у студентов навыков математического моделирования и применения математических методов для

решения задач, возникающих в процессе монтажа, технического обслуживания и ремонта промышленного оборудования.

Задачи дисциплины включают в себя:

- ознакомление обучающихся с основными математическими концепциями и методами;
- развитие у студентов навыков аналитического мышления и решения инженерных задач;
- обучение применению математических моделей для анализа технических процессов;
- подготовка обучающихся к использованию математических методов для оптимизации работы оборудования.

Дисциплина «Математические методы в профессиональной деятельности» играет важную роль в подготовке квалифицированных служащих среднего звена, особенно в специальности «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования». Математические методы развивают аналитические способности студентов, что крайне важно для решения сложных задач, возникающих в процессе монтажа и обслуживания оборудования. Знания математических методов позволяют специалистам моделировать различные процессы, оценивать их эффективность и оптимизировать рабочие процессы. Это может касаться как проектирования, так и эксплуатации оборудования. Математика помогает проводить количественный анализ данных, оценивать производительность и выявлять узкие места в процессе работы. Это важно для повышения качества обслуживания и ремонта оборудования. Использование статистики и вероятностных методов позволяет специалистам анализировать данные о сбоях и неисправностях оборудования, что способствует своевременному ремонту и минимизации простоев. В процессе монтажа и обслуживания оборудования часто требуется проводить расчет нагрузок, прочности материалов и другие

технические расчетные процедуры, которые невозможно выполнить без математических знаний. Математические методы позволяют студентам не только усвоить теоретические знания, но и применять их на практике, что способствует более качественной подготовке к профессиональной деятельности.

Общепрофессиональная дисциплина «Математические методы в профессиональной деятельности» является основой для формирования навыков, необходимых для успешной работы в области монтажа, технического обслуживания и ремонта промышленного оборудования. Знания и умения, полученные в ходе изучения этой дисциплины, повышают конкурентоспособность специалистов и способствуют их профессиональному росту.

Дисциплина «Математические методы в профессиональной деятельности» играет важную роль в профессиональной деятельности и формировании как общих, так и профессиональных компетенций. Математические методы развивают способность анализировать данные, выявлять закономерности и делать обоснованные выводы. Это важно во многих профессиях, особенно в науке, инженерии и экономике. Умение решать математические задачи способствует развитию критического мышления и креативного подхода к проблемам. Способность находить нестандартные решения может быть неизмеримо полезной в условиях быстро меняющегося рабочего окружения. В большинстве профессий требуется умение работать с числовыми данными, создавать и интерпретировать различные модели. Математические методы дают необходимые инструменты для оценки и анализа информации. В современном мире многие профессии требуют использования программного обеспечения и технологий, основанных на математических методах. Знание основ математики помогает легче осваивать новые инструменты и технологии. Знания, полученные в рамках дисциплины, способствуют профессиональному росту и повышению конкурентоспособности

на рынке труда. Математические методы используются в различных областях — от физики и биологии до экономики и социальных наук. Это позволяет студентам интегрировать знания из разных дисциплин и применять их на практике.

Таким образом, изучение дисциплины «Математические методы в профессиональной деятельности» является необходимым условием для развития как общих, так и профессиональных компетенций, что, в свою очередь, содействует успешной карьере и профессиональной реализации. Разработка и внедрение рабочей программы по дисциплине «Математические методы в профессиональной деятельности» отвечает современным требованиям образования и рынка труда, способствуя подготовке высококвалифицированных служащих среднего звена.

Программный материал будет представлен через теоретические и практические занятия, которые позволят им развить критическое мышление и навыки работы в команде.

Эффективность обучения будет оцениваться через практические работы (Приложение 1), тестирования (Приложение 2), самостоятельные работы (Приложение 3) и промежуточную аттестацию в форме экзамена. Для успешного прохождения курса студенты должны продемонстрировать знание теоретического материала и умение применять полученные навыки на практике.

# ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИМЕРНОЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОП.08 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ»

## 1.1 Область применения программы

Программа дисциплины «ОП.08 Математические методы в профессиональной деятельности» является обязательной частью общепрофессионального цикла примерной образовательной программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС СПО по специальности 15.02.17 «Монтаж, техническое обслуживание, эксплуатация и ремонт промышленного оборудования (по отраслям)».

Программа дисциплины может быть использована для подготовки к сквозным видам профессиональной деятельности в промышленности на базе общего среднего образования и в дополнительном профессиональном образовании.

**1.2. Место дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена: общепрофессиональный цикл**

**1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:**

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

Код ПК, ОК	Код умений	Умения	Код знаний	Знания
ОК 01 ОК 02 ОК 04	У1	Анализировать сложные функции и решать прикладные задачи на составление графиков реальных функций.	31	Основные математические методы решения прикладных задач;
	У2	Решать прикладные задачи на оптимизацию с использованием элементов дифференциального и интегрального	32	Основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики;

ОК 05 ОК09 ПК 1.3 ПК 2.2 ПК 3.2 ПК 4.2		исчислений.		
	У3	Решать прикладные задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики.	33	Основы интегрального и дифференциального исчисления;
	У4	Решать практические задачи методами математической статистики.	34	Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины выпускник, освоивший образовательную программу, должен обладать:

**общими компетенциями:**

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

**профессиональными компетенциями:**

ПК 1.3. Производить оценку состояния промышленного (технологического) оборудования после выполнения наладочных работ, контроль технического состояния оборудования при вводе в эксплуатацию.

ПК 2.2. Разрабатывать технологическую документацию для проведения работ по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.

ПК 3.2. Разрабатывать технологическую документацию для проведения плановых и внеплановых ремонтов промышленного (технологического) оборудования.

ПК 4.2. Оформлять документацию на заготовки, запасные части, расходный материал.

#### **1.4. Количество часов на освоение программы дисциплины:**

Объём образовательной программы обучающегося **128** часов,

в том числе:

обязательные учебные занятия (во взаимодействии с преподавателем)

**120** часов;

самостоятельной работы обучающегося **8** часов.

## 2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Объем в часах</b>
<b>Объем образовательной программы учебной дисциплины</b>	128
обязательные учебные занятия (во взаимодействии с преподавателем) (всего)	120
в том числе:	
теоретическое обучение	38
практические занятия	82
<i>Самостоятельная работа</i>	8
<b>Промежуточная аттестация</b>	экзамен

## 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины ОП.08 Математические методы в профессиональной деятельности

Наименование тем	Содержание учебного материала Самостоятельная работа обучающихся	Объём часов	Уровень освоения
<b>РАЗДЕЛ 1. Математический анализ</b>			
<b>Тема 1.1 Функция одной независимой переменной и ее характеристики</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>8</b>	2
	Введение. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.	2	
	Функция одной независимой переменной и способы ее задания. Характеристики функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции.	2	
	<b>В том числе практических занятий</b>	4	3
	Практическое занятие №1. Построение графиков реальных функций: изменение температуры двигателя в процессе его работы; изменение уровня износа механической детали с течением времени. Практическое занятие №2. Решение прикладных задач на составление графиков параметров инструментального контроля оборудования; изучение зависимости производительности оборудования от уровня нагрузки.	2 2	
<b>Тема 1.2 Предел функции. Непрерывность функции</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>12</b>	3
	Определение предела функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Исследование функции на непрерывность.	2	
	<b>В том числе практических занятий</b>	10	3
	Практическое занятие №3. Предел функции в точке. Неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ .	2	
	Практическое занятие №4. Предел функции на бесконечности. Неопределенность вида $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ .	2	
Практическое занятие №5. Первый замечательный предел. Неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ .	2		
Практическое занятие №6. Второй замечательный предел. Неопределенность вида $(1^\infty)$ .	2		
Практическое занятие №7. Решение прикладных задач на составление анализа	2		

	затрат на техническое обслуживание оборудования: найти предел функции, описывающей скорость износа оборудования, в зависимости от времени; исследование пределов и непрерывности функции, описывающей общее количество деталей, созданных на производственной линии в зависимости от времени.	2	
<b>Тема 1.3. Основы дифференциального исчисления.</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>16</b>	3
	Производная функции. Основные правила и формулы дифференцирования. Физический смысл производной. Понятие дифференциала функции.	4	
	<b>В том числе практических занятий</b>	12	3
	Практическое занятие №8. Производная функции.	2	
	Практическое занятие №9. Производная сложной функции.	2	
Практическое занятие №10. Производная произведения и частного.	2		
Практическое занятие №11. Физический смысл производной при решении прикладных задач. Решение прикладных задач на расчет требуемой мощности двигателя привода.	4		
Практическое занятие №12. Применение дифференциала частных производных функции для решения прикладных задач (процесс сборки базовых моделей, холодильного оборудования, выбор двигателя, настройка оборудования).	2		
<b>Тема 1.4. Основы интегрального исчисления.</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>12</b>	3
	Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Физический смысл определенного интеграла.	2	
	<b>В том числе практических занятий</b>	10	3
	Практическое занятие №13. Методы интегрирования (метод непосредственного интегрирование, интегрирование заменой переменной, интегрирование методом подстановки).	4	
	Практическое занятие №14. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.	2	
Практическое занятие №15. Применение определенного интеграла для вычисления площадей криволинейных трапеций.	2		
Практическое занятие №16. Применение определенного интеграла в физике и технике: нахождение пути, пройденного телом; нахождение объема тела вращения; вычисление центра масс; вычисление работы; вычисления потенциала и полей; создаваемых распределением зарядов или магнитных моментов;	2		

	вычисления количества тепла, переданного в процессе теплообмена; нахождения энергии колебательной системы.		
<b>Тема 1.5. Дифференциальные уравнения.</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>18</b>	2
	Дифференциальное уравнение. Обыкновенное дифференциальное уравнение. Порядок дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Общее решение дифференциального уравнения. Частное решение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделенными переменными. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения с частными производными. ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. ЛНДУ второго порядка с правой частью.	4	
	<b>В том числе практических занятий</b>	14	
	Практическое занятие №17. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.	4	3
	Практическое занятие №18. Уравнения Бернулли.	2	
	Практическое занятие №19. ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.	2	
Практическое занятие №20. ЛНДУ второго порядка с правой частью.	4		
Практическое занятие №21. Применение дифференциальных уравнений при решении задач электродинамики и термодинамики (описание распространения электромагнитных волн; распределение температуры в теле с течением времени).	2		
<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>			3
Самостоятельная работа №1. Решение прикладных задач средствами дифференциального исчисления (описание скорости и ускорения движущихся объектов; моделирование движения жидкости, процесса теплопередача; электромагнитные поля, применение ДУ для создания управляющих алгоритмов, которые реагируют на изменения в системе).	4		
<b>РАЗДЕЛ 2. Основы теории вероятностей и математической статистики</b>			
<b>Тема 2.1 Вероятность. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>10</b>	2
	Понятия события и вероятности события. Свойства вероятности. Достоверные и невозможные события. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	4	
	<b>В том числе практических занятий</b>	6	

	Практическое занятие №22. Вычисление вероятности события. Практическое занятие №23. Решение практических задач на определение статьи затрат на ремонт промышленного оборудования и оценка ее вероятности; определение вероятности изготовления бракованного изделия.	2 4	3
<b>Тема 2.2. Случайная величина, ее функция распределения</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>12</b>	2
	Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины. Основные характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.	4	
	<b>В том числе практических занятий</b>	8	2
	Практическое занятие №24. Решение прикладных задач на применение закона распределения случайных величин».	4	
	Практическое занятие №25. Решение прикладных задач с реальными дискретными случайными величинами на износ технологического оборудования: оценка надежности систем на основе вероятностных характеристик компонентов; моделирование вероятности выхода из строя системы на основе вероятностей отказа её отдельных элементов; расчет среднего времени ремонта оборудования при различных условиях.	4	
<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Самостоятельная работа №2.  Решение прикладных задач на выявление дефектов и несоответствия, прогнозирование срока службы оборудования, оценивание надежности оборудования, расчет вероятности отказов и определение оптимальных условий эксплуатации для повышения его производительности.	4	2	
<b>РАЗДЕЛ 3. Линейная алгебра.</b>			
<b>Тема 3.1. Матрицы и определители.</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>6</b>	3
	Матрицы. Типы матриц. Действия над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя.	4	
	<b>В том числе практических занятий</b>	2	3
	Практическое занятие №26. Вычисление определителя матрицы средствами табличного процессора Microsoft Excel.	2	
<b>Тема 3.2. Системы линейных</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>12</b>	3
	Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем		

алгебраических уравнений (СЛАУ).	линейных алгебраических уравнений.		
	<b>В том числе практических занятий</b>	12	3
	Практическое занятие №27. Метод Крамера для решения СЛАУ третьего порядка.	4	
	Практическое занятие №28. Метод Гаусса для решения СЛАУ третьего порядка.	4	
Практическое занятие №29. Применение табличного процессора Microsoft Excel для решения прикладных задач, сводящихся к СЛАУ: задача о минимизации стоимости материалов для монтажа оборудования с учетом ограничений по объемам и доступным ресурсам; расчет распределения температуры в трехкомпонентной системе оборудования; проектирование электрической схемы для управления тремя приводами.	4		
<b>РАЗДЕЛ 4. Основы дискретной математики.</b>			
Тема 4.1. Множества и отношения. Основные понятия теории графов.	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>14</b>	2
	Элементы и множества. Задание множеств. Операции над множествами и их свойства. Отношения и их свойства. Основные понятия теории графов. Граф, виды графов.	10	
	<b>В том числе практических занятий</b>	4	2
	Практическое занятие №30. Составление графов.	2	
Практическое занятие №31. Решение транспортных задач с помощью графов.	2		
	<b>Экзамен</b>		
	<b>Итого:</b>	<b>128</b>	
	<b>Аудиторная нагрузка:</b>	<b>120</b>	
	<b>Самостоятельная работа:</b>	<b>8</b>	

### **3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **4.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению.**

Реализация дисциплины требует наличия учебного кабинета математики:

таблицы по математике, дидактические материалы, учебная литература для обучающихся, комплект раздаточного материала.

Технические средства обучения: компьютер, принтер, интерактивная панель.

#### **3.2. Информационное обеспечение обучения.**

**Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы.**

##### **3.2.1. Основные печатные издания**

1. Алпатов, А. В. Математика: учебное пособие для СПО / А. В. Алпатов. — 2-е изд. — Саратов : Профобразование, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 162 с. — ISBN 978-5-4486-0403-4, 978-5-4488-0215-7;

2. Большакова, Л. В. Теория вероятностей : учебное пособие для СПО / Л. В. Большакова. — Саратов: Профобразование, 2019. — 196 с. — ISBN 978-5-4488-0523-3;

3. Дубина, И. Н. Математические методы: основы теории игр: учебное пособие для СПО / И. Н. Дубина. — Саратов: Профобразование, 2019. — 196 с. — ISBN 978-5-4488-0279-9;

4. Решение задач по математике. Практикум для студентов средних специальных учебных заведений : учебное пособие для спо / В. В. Гарбарук, В. И. Родин, И. М. Соловьева, М. А. Шварц. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-6931-4.

5. Седова, Н. А. Дискретная математика: учебник для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Профобразование, 2020. — 329 с. — ISBN 978-5-4488-0451-9

### 3.2.2. Основные электронные издания

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511565>

2. Дорофеева, А. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 400 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15555-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512130>

3. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 12-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 408 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17852-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/533850>

4. Павлюченко, Ю. В. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Ю. В. Павлюченко, Н. Ш. Хассан ; под общей редакцией Ю. В. Павлюченко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 219 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-18367-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/534870>

## 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**Контроль и оценка** результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий и лабораторных работ, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

<b>Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)</b>	<b>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</b>
<b>умения:</b>	
Анализировать сложные функции и решать прикладные задачи на составление графиков реальных функций.	Оценка в рамках текущего контроля на практических занятиях.
Решать прикладные задачи на оптимизацию с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления.	Решение задач по отдельным темам курса.
Решать прикладные задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики.	Решение задач по отдельным темам курса.
Решать практические задачи методами математической статистики.	Оценка в рамках текущего контроля на практических занятиях.
<b>знания:</b>	
Основные математические методы решения прикладных задач;	Фронтальный опрос
Основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики;	Тестирование
Основы интегрального и дифференциального исчисления;	Тестирование
Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.	Фронтальный опрос
<b>общие компетенции:</b>	
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;	Наблюдение за ходом выполнения практической работы
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;	Анализ основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	Наблюдение за ходом выполнения практической работы
ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Наблюдение за ходом выполнения практической работы
ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских	Наблюдение за ходом выполнения практической работы

духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;	
ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.	Наблюдение за ходом выполнения практической работы
<b>профессиональные компетенции:</b>	
ПК1.3. Производить оценку состояния промышленного (технологического) оборудования после выполнения наладочных работ, контроль технического состояния оборудования при вводе в эксплуатацию.	Анализ основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
ПК2.2. Разрабатывать технологическую документацию для проведения работ по техническому обслуживанию промышленного (технологического) оборудования.	Анализ результатов выполняемых действий при решении задач профессиональной направленности
ПК3.2. Разрабатывать технологическую документацию для проведения плановых и внеплановых ремонтов промышленного (технологического) оборудования.	Анализ основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
ПК4.2. Оформлять документацию на заготовки, запасные части, расходный материал.	Анализ результатов выполняемых действий при решении задач профессиональной направленности

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рабочая программа дисциплины «Математические методы в профессиональной деятельности» направлена на формирование у студентов целостного представления о роли и значении математических методов в сквозных видах профессиональной деятельности в промышленности. В рамках курса студенты изучают основные теоретические сведения, методы и модели, которые помогают в решении практических задач и позволяют принимать обоснованные решения.

Изучение данной дисциплины способствует развитию аналитического мышления, логики, а также навыков работы с числовой и графической информацией. Студенты овладеют такими методами, как статистический анализ, оптимизация, математическое моделирование и другие, что значительно расширяет их профессиональные компетенции и повышает конкурентоспособность на рынке труда.

Особое внимание в процессе обучения уделяется практическому применению изучаемых методов в реальных ситуациях, что помогает студентам видеть связь теории с практикой. В результате освоения дисциплины выпускники смогут успешно применить математические методы в своей профессиональной деятельности, что позволит им решать комплексные задачи и достигать поставленных целей.

Таким образом, общепрофессиональная дисциплина "Математические методы в профессиональной деятельности" является необходимым элементом подготовки квалифицированных специалистов, обладающих современными знаниями и навыками, соответствующими требованиям рынка и современных технологий.

Рабочая программа общепрофессиональной учебной дисциплины «Математические методы в профессиональной деятельности» рассмотрена и одобрена на цикловой методической комиссии общеобразовательных дисциплин, цикловой методической комиссии механико-технологических дисциплин, на методическом совете, утверждена на педагогическом совете ОГБПОУ «Костромской торгово-экономический колледж».

Данная рабочая программа может быть реализована для УГС 15.00.00 Машиностроение, таких как 15.02.02 Техническая эксплуатация оборудования для производства электронной техники; 15.02.05 Техническая эксплуатация оборудования в торговле и общественном питании; 15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям); 15.02.14 Оснащение средствами

автоматизации технологических процессов и производств (по отраслям) и модифицирована добавлением специализированных тем.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Приказ от 12 сентября 2023 г. N 676 об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по профессии 15.02.17 Монтаж, техническое обслуживание, эксплуатация и ремонт промышленного оборудования (по отраслям).  
<https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=458541>

**Практическая работа №1.**

**«Построение графиков реальных функций».**

**Цель:** расширить представление о приёмах построения графиков и обобщить знания об элементарных функциях, их графиках, способах задания, области определения и области значений

**Задача 1.** Необходимо проанализировать изменение температуры двигателя в процессе его работы.

1. Представлены данные о температуре двигателя в зависимости от времени работы.
2. Постройте график функции, отражающей зависимость температуры от времени.
3. Исследуйте график: определите, при каком времени температура достигает максимума, изучите, существуют ли участки резкого повышения температуры (что может указывать на перегрев).

	1 вариант									
время	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
темп	20	25	30	35	40	45	50	65	90	75
	2 вариант									
время	0	15	25	35	45	55	65	75	85	95
темп	10	20	30	40	50	60	80	90	75	70

**Задача 2:** Определите, как изменяется уровень износа механической детали с течением времени.

1. Соберите данные об уровне износа детали (например, в процентах) через равные интервалы времени (каждый месяц).
2. Постройте график зависимости износа от времени.
3. Проанализируйте, на каком этапе износ достигает критического уровня, когда необходима замена детали.

	1 вариант						
Время (в час)	0	10	20	30	40	50	60
Износ	0	5	10	20	35	50	70

(в %)							
	<b>2 вариант</b>						
Время (в час	0	10	20	30	40	50	60
Износ (в %)	0	10	25	45	70	90	100

## Практическая работа №2.

### «Решение прикладных задач на составление графиков параметров диагностирования оборудования»

**Цель:** освоить методику составления графиков параметров инструментального контроля (диагностирования) оборудования.

**Задача:** Изучение зависимости производительности оборудования от уровня нагрузки.

1. Сравните данные о производительности деталей (в единицах продукции в час) при различных уровнях нагрузки.
2. Постройте график зависимости производительности от нагрузки.
3. Проанализируйте, при каком уровне нагрузки производительность максимальна и существуют ли точки, при которых производительность начинает падать.

<b>1 вариант</b>									
Уровень нагрузки(в %)	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Производительность (ед/час)	25	35	45	55	65	75	80	85	95
<b>2 вариант</b>									
Уровень нагрузки(в %)	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Производительность (ед/час)	30	40	70	120	150	195	210	230	240

## Практическая работа №3

### «Предел функции в точке. Неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ ».

**Цель:** ознакомиться с понятием предела и предела функции, научиться раскрывать неопределённости.

**Задание:** вычислить предел функции в точке, **не применяя** правило Лопиталю.

1 Вариант		2 Вариант		3 Вариант	
1.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 6x - 7}$	3.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 2x - 8}$
4.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$	5.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - x - 6}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + x - 20}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - x - 2}$	8.	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 + 3x - 10}$	9.	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 11x + 28}$
10.	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - x - 56}{x^2 - 11x + 24}$	11.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - x - 2}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 10x + 9}{x^2 - 1}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 7x + 12}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$	15.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$
16.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2x^2 - x - 1}$	17.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - 9}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 - 5x + 6}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{3x^2 - 20x + 25}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 11x + 12}{x^2 - 16}$	21.	$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x^2 - 16x - 12}{2x^2 - 19x + 42}$
22.	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 1}$	23.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 11x + 6}{2x^2 + 3x - 2}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 12x + 35}$
25.	$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 - 64}{x^2 + 12x + 32}$	26.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 + 6x - 8}{x^2 + 11x + 18}$	27.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 19x + 21}{x^2 + 3x - 18}$
28.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$	29.	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 8x + 12}{x^2 + 3x + 2}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 3}$

#### Практическая работа №4

**Предел функции на бесконечности. Неопределенность вида  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ .**

**Цель:** отработать навыки вычисления пределов функции на бесконечности.

**Задание:** вычислить предел функции на бесконечности.

1 Вариант		2 Вариант		3 Вариант	
1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 7}{5 - 2x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 3}{5x - 1}$	3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 - 3x}{5x + 11}$
4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + x - 1}$	5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 1}{4x^2 + 2x - 7}$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x + 9}{x^2 - 1}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 5x^2 - x}{2 + 7x^2 - 6x^3}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2 - 4x^4}{8x^4 + 5x^2 - 7}$	9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 + 5x}{5x^5 - 2x + 1}$
10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 + 3x - 4}$	11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 17}{x^2 - 14x + 3}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 5x}{x^4 + 4x^3 + 11}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x + 13}{x^3 - 11x + 3}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x + x^2}{x^3 + 2x^2 - 7}$	15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 14x + 3}{x^5 + 3x - 14}$
16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x^2 + 5x - 1}{3x^5 - 8x^3 - 11}$	17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 11x + 4}{x^4 + 3x^2 - 7}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 4x^3 - 8x}{x^6 + 3x^3 - 11}$
19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 + 3x^4 - 5x}{x^2 - 121}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 8x^3 + 4}{x^3 + 2x - 9}$	21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 8x + 13}{3x + 8}$

22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x - 8}{x^2 - 4x + 5}$	23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 8x^2 + 2x}{4x - 7}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 8x^4 + 3x - 5}{4x^3 - 3x^2 + 8x}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 + 5x + 1}{x^2 - 11x + 9}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 8x^2 - 9x + 4}{x^3 - 9x + 15}$	27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 5x + 6}$
28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 8x + 3x^5}{2x - 4x^3 + x^4}$	29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x + 3x^2 + 8x^7}{5 - 4x^3 + 5x^6}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 4x^2 - 7x^4}{2 + 3x + 5x^2}$

### Практическая работа №5

#### «Предел функции в точке. Первый замечательный предел».

**Цель:** отработка умений и навыков вычисления пределов функций, раскрытия неопределённостей и применения первого замечательного предела.

**Задание:** вычислить предел функции.

	1 Вариант		2 Вариант		3 Вариант
1.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$	2.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$	3.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 4x}$	5.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 4x}$	6.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 5x}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 5x}$	9.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{\sin 3x}$
10.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{2x}$	11.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{2x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{5x}$
13.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{5x^2}$	14.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{6x^2}$	15.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{4x^2}$
16.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{2x}$	17.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{2x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} 4x}$
19.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 4x}$	20.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\operatorname{tg} 3x}$	21.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 4x}$
22.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{4x^2}$	23.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^3 2x}{5x^3}$	24.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{3x \cdot \arcsin 5x}$
25.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{\sin 3x}$	26.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin 3x}{\operatorname{arctg}^2 2x}$	27.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cdot \operatorname{arctg} 2x}{4x^2}$
28.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{4x \sin 2x}$	29.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{2x \cdot \sin 3x \cdot \cos 4x}$	30.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x \cdot \sin 4x}{\arcsin 5x \cdot \operatorname{tg} 2x}$

### Практическая работа №6.

#### «Второй замечательный предел»

**Цель:** сформировать навыки вычисления второго замечательного предела.

## Задание 1

	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3
1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x-2}\right)^{2x+1}$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x+1}$	3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x}$
4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{3x+1}$	5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{3x}$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^{3x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{2x}$	9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x^2-1}\right)^{3x^2+1}$
10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{4x}$	11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x^2+1}\right)^{\frac{x^2+1}{4}}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{5x}\right)^{3x-1}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x^2}\right)^{2x^2-1}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x+1}\right)^{3x-4}$	15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x^2+1}\right)^{2x^2+1}$
16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{x}\right)^{3x-5}$	17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x}\right)^{5x+3}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{5x}$
19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x+1}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{5x-3}$	21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2x+1}\right)^{x-4}$
22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^{2x-1}$	23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x}\right)^{4x}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x-1}\right)^{3x+1}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x+1}\right)^{3x}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{5x+3}$	27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x-2}\right)^{x+1}$
28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x^2+1}\right)^{3x^2+2}$	29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x-1}\right)^{3x+1}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^{5x-5}$

## Задание 2

	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3
1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^x$	2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+2}{5x+5}\right)^{7x+3}$	3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^x$
4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+3}\right)^x$	5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x-3}\right)^x$	6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3}\right)^x$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{5+x}\right)^{2x}$	8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{2x+3}$	9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-5}\right)^{4x+7}$
10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+4}\right)^{3x+1}$	11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-4}\right)^{3x}$	12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+1}\right)^{x-5}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{3x+2}$	14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+3}\right)^{2x+1}$	15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{3x+4}$
16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3}\right)^{5x+1}$	17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-2}\right)^{2x}$	18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{5x}$

19.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x+5} \right)^{2x+3}$	20.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-4}{x+1} \right)^{3x+5}$	21.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2-x}{5-x} \right)^{3x}$
22.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+3}{3x-1} \right)^{2x-1}$	23.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x+1}{6x+3} \right)^{2x-3}$	24.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+4}{2x-1} \right)^{x+3}$
25.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x-4}{6x+1} \right)^{4x+5}$	26.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x-3} \right)^{2x+1}$	27.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x+1}{6x-3} \right)^{2x+3}$
28.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+4}{5x-3} \right)^{2x+1}$	29.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+5} \right)^{3x+7}$	30.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-4}{x+3} \right)^{5x+2}$

## Практическая работа №7

### «Решение прикладных задач»

**Цель:** закрепить практические приёмы вычисления предела функции, раскрыть неопределённости, вычислить предел многочлена и отношения многочленов.

**Задача 1.** Найдите предел функции, описывающей скорость износа оборудования, в зависимости от времени.

1 вариант		2 вариант	
1. $s(t) = \frac{t^2-4}{t-2}$	при $t \rightarrow 2$	1. $s(t) = \frac{t^2-9}{t-3}$	при $t \rightarrow 3$
2. $s(t) = \frac{t^2-16}{t-4}$	при $t \rightarrow 4$	2. $s(t) = \frac{t^2-25}{t-5}$	при $t \rightarrow 5$
3. $s(t) = \frac{t^2-36}{t-6}$	при $t \rightarrow 6$	3. $s(t) = \frac{t^2-49}{t-7}$	при $t \rightarrow 7$
4. $s(t) = \frac{t^2-64}{t-8}$	при $t \rightarrow 8$	4. $s(t) = \frac{t^2-81}{t-9}$	при $t \rightarrow 9$
5. $s(t) = \frac{t^2-100}{t-25}$	при $t \rightarrow 10$	5. $s(t) = \frac{t^2-121}{t-11}$	при $t \rightarrow 11$

**Задача 2.** Исследуйте пределы и непрерывность функции, описывающей общее количество деталей, созданных на производственной линии в зависимости от времени. Если количество деталей  $N(t)$ , задано функцией.

1 Вариант	2 Вариант
$N(t) = 3t^2 + 2t + 1, \quad t \rightarrow 2$	$N(t) = 5t^2 + 3t - 7, \quad t \rightarrow 5$

## Практическая работа №8.

### «Производная функции».

**Цель:** научиться находить производную функции, используя таблицу производных и правила дифференцирования.

**Задание:** вычислить производные функций, применяя формулы дифференцирования.

1 вариант	2 вариант	3 вариант
1. $y = 4x^5 - \sin 2x + 5^x$	2. $y = 5x^6 - \cos 3x + 4^x$	3. $y = 7x^3 - \operatorname{tg} 2x + 3^x$
2. $y = 2x^7 + \log_2 4x + \arccos x$	5. $y = 2x^4 - \ln 3x + \operatorname{arctg} x$	6. $y = 2x^4 - \log_5 2x + \arcsin x$
7. $y = 5x^3 - \cos 5x + 2^x$	8. $y = 2x^4 - \frac{1}{x} + \arcsin x$	9. $y = 9x^5 - \log_5 7x + \sin 4x$
10. $y = 6x^4 - \ln 4x + \operatorname{ctg} x$	11. $y = 3x^6 - \arccos 4x - \sqrt{2x}$	12. $y = 2x^5 - \operatorname{ctg} 5x + 2^x$
13. $y = 4x^5 - \arcsin 2x + 2^x$	14. $y = 5x^2 - \cos 4x + 5^x$	15. $y = 2x^6 - \cos 4x - \sqrt{4x}$
16. $y = 2x^3 + \log_3 2x + \cos x$	17. $y = 4x^2 + \ln 3x + \operatorname{arcctg} x$	18. $y = 2x^2 - \log_{10} 2x + \sin x$
19. $y = 9x^3 - \sqrt{7x} + \sin 4x$	20. $y = \sin 2x + 4x^5 - 4^x$	21. $y = 2x^5 - \operatorname{tg} 4x + \sqrt{x}$
22. $y = 12x^2 - \operatorname{ctg} 2x + 4^x$	23. $y = 7x^3 - \log_5 x + \sin 3x$	24. $y = 4x^2 - \log_{10} x + \sqrt{3x}$
25. $y = 5x^3 - \ln 4x + 2x$	26. $y = \sqrt{2x} - \operatorname{ctg} 5x + 3^x$	27. $y = 3x^2 - \cos 3x - \sqrt{4x}$
28. $y = 2x^3 - \frac{1}{x} + \sin 3x$	29. $y = 2x^4 - \frac{1}{x} + \sqrt{4x}$	30. $y = 2x^5 - \frac{1}{x} + \operatorname{arcctg} x$

## Практическая работа №9.

### «Производная сложной функции».

**Цель:** закрепить навыки вычисления производных сложных функций.

**Задание:** вычислить производную сложной функции.

	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3
<b>1.</b>	$y = \sin^3 \sqrt{2x}$	<b>2.</b>	$y = \ln^4 \cos 5x$	<b>3.</b>	$y = \ln^4 (5x^3 - 2x + 6)$
<b>4.</b>	$y = \operatorname{tg}^4 3x$	<b>5.</b>	$y = \sqrt{4 \sin x^2}$	<b>6.</b>	$y = \operatorname{ctg}^4 2x$
<b>7.</b>	$y = \sqrt{\ln \cos 5x}$	<b>8.</b>	$y = \ln^2 \sin 2x$	<b>9.</b>	$y = \sqrt{\operatorname{ctg} (x^2 - 3x + 11)}$
<b>10.</b>	$y = \ln^3 \sin 7x$	<b>11.</b>	$y = \sqrt{\ln (5x^3 - 2x + 6)}$	<b>12.</b>	$y = \sqrt{\operatorname{tg} 3x}$

13.	$y = \sqrt{ctg(3x^2 + 2x + 14)}$	14.	$y = tg^3(2x^2 + x + 11)$	15.	$y = ln^2 sin 3x$
16.	$y = ln \sqrt{\cos 3x}$	17.	$y = \sqrt{ln \sin 2x}$	18.	$y = \sqrt{ln \cos 5x}$
19.	$y = ctg^3(x^2 - 3x + 11)$	20.	$y = ln^3 sin 4x$	21.	$y = ln tg^2 3x$
22.	$y = ln ctg^3 5x$	23.	$y = \sqrt{ctg 2x}$	24.	$y = ln^3(3x^2 + 2x + 14)$
25.	$y = \sqrt{ln(3x^2 + 2x + 14)}$	26.	$y = ln \sqrt{\sin 3x}$	27.	$y = \sqrt{tg(2x^2 + x + 11)}$
28.	$y = \sqrt{ctg^5 2x}$	29.	$y = \sqrt{tg^3 7x}$	30.	$y = \sqrt{2ctg^3 4x}$

### Практическая работа №10.

#### «Производная произведения и частного».

**Цель:** сформировать практические умения и навыки вычисления производных функций, применяя таблицу производных элементарных функций и правила дифференцирования.

**Задание 1.** Вычислить производные произведения функций.

1 Вариант	2 Вариант	3 Вариант
1. $y = (5x^3 - x) \ln 4x$	2. $y = (1 + tg 2x) \cdot 4^x$	3. $y = (3x^2 - 5x - 8)\sqrt{4x}$
4. $y = \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot arcctg x$	5. $y = (\sin 2x + \cos 2x)4^x$	6. $y = (x^3 - 3x^2 + 1) \ln x$
7. $y = (2x^5 - 3x - 1)ctg 5x$	8. $y = (3x^2 + 5x - 1)\sqrt{2x}$	9. $y = (2x^4 + x^2 - 1)\frac{1}{x}$
10. $y = ctg 5x \cdot (2^x + 3^x)$	11. $y = \left(x - \frac{x}{1}\right) \cdot arcctg x$	12. $y = (4x^2 - 3x) \ln 3x$
13. $y = (2x + 3^7x^2 + 5) \ln 3x$	14. $y = \sin 2x(4x^5 - x^3 + x)$	15. $y = (2x^2 + 3x - 8)\sqrt{x}$
16. $y = tg 2x(4x^4 - x^3 + 3x)$	17. $y = (7x^3 + 3x - 4) \log_5 x$	18. $y = (2x^5 - 5x^2 + x)\frac{1}{x}$
19. $y = \left(2x^5 - \frac{1}{x}\right) arcctg x$	20. $y = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot arcctg x$	21. $y = (3^x - 2^x)\sqrt{2x}$
22. $y = (5x^2 + 3x) \ln x$	23. $y = tg 2x \cdot (x^3 - 4x^2 + x)$	24. $y = \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot tg x$
25. $y = (x^2 + 5x - 1)\sqrt{x}$	26. $y = (3x^2 + 5x - 1)\sqrt{x}$	27. $y = (2x^3 - 3x^2 + 1) \ln 3x$
28. $y = (3x^3 - 2x) \ln x$	29. $y = tg 2x \cdot (2^x + 5^x)$	30. $y = tg 3x(3x^4 - 2x^3)$

**Задание 2.** Вычислить производные частного функций.

1. $f(x) = \frac{x^2-25}{x-5}$	2. $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$	3. $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-1}$
4. $f(x) = \frac{\cos x}{x}$	5. $f(x) = \frac{x^3-27}{x-3}$	6. $f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$
7. $f(x) = \frac{2x^2-5x+3}{x-1}$	8. $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$	9. $f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x-2}$
10. $f(x) = \frac{x+2}{x^3+8}$	11. $f(x) = \frac{x+1}{2x^2+7x+5}$	12. $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$

13. $f(x) = \frac{x+1}{x^3+1}$	14. $f(x) = \frac{x^3-8}{x-2}$	15. $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$
16. $f(x) = \frac{x-2}{x^3-8}$	17. $f(x) = \frac{3x^2-11x+6}{x-3}$	18. $f(x) = \frac{\cos 3x}{2x}$
19. $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2+3x}$	20. $f(x) = \frac{x^2+6x-7}{x+7}$	21. $f(x) = \frac{x-2}{3x^2-5x-2}$
22. $f(x) = \frac{4x^2+7x-2}{x+2}$	23. $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$	24. $f(x) = \frac{x-4}{3x^2-11x-4}$
25. $f(x) = \frac{x^2+3x}{x^2-9}$	26. $f(x) = \frac{x+3}{5x^2+14x-3}$	27. $f(x) = \frac{x+4}{x^3+64}$
28. $f(x) = \frac{3x^2+8x-3}{x+3}$	29. $f(x) = \frac{x+4}{x^2-16}$	30. $f(x) = \frac{x+6}{2x^2+9x-18}$

## Практическая работа №11.

### «Физический смысл производной при решении прикладных задач».

**Цель:** формирование умений и навыков практического применения производной для решения физических задач.

#### Вариант 1

1. Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S = 5t - 0,5t^2$  (м), где  $t$  – время движения в секундах. Найдите скорость тела через  $2c$ . после начала движения.

2. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от начальной точки изменяется по закону  $S = 12t - 3t^2$  (м), где  $t$  – время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

3. Тело движется по прямой так, что расстояние до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону  $S = 0,5t^2 + 3t + 2$  (м), где  $t$  – время движения в секундах. Через какое время после начала движения скорость тела окажется равной  $15$  м/с?

4. Источник тока с электродвижущей силой  $E=220$  В и внутренним сопротивлением  $r=50$  Ом подключен к прибору с сопротивлением  $R$ . Чему должно быть равно сопротивление  $R$  потребителя, чтобы потребляемая им мощность была наибольшей? Вычислить значение наибольшей мощности.

5. Найдите силу  $F$ , действующую на материальную точку массой  $m = 5$  кг, движущуюся прямолинейно по закону  $S = 2t^2 - 1$  в момент времени  $t = 2c$ .

6. Две материальные точки движутся прямолинейно по законам:  $S_1 = 2,5t^2 - 6t + 1$ ,  $S_2 = 0,5t^2 + 2t - 3$ . В какой момент времени скорости их равны?

7. Две материальные точки движутся прямолинейно по законам:  $S_1 = t^2 - 6t + 2$ ,  $S_2 = 4t + 5$ . В какой момент времени скорость первой точки в два раза больше скорости второй?

8. Известно, что тело массой  $m = 5\text{ кг}$  движется прямолинейно по закону  $S = t^2 + 2t$ . Найдите кинетическую энергию тела через  $2\text{ с.}$  после начала движения.
9. Тело брошено с земли вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10\text{ м/с}$ . Определите, через сколько секунд тело достигнет наивысшей точки подъёма и на какую высоту оно поднимется? ( $g \approx 10\text{ м/с}^2$ ).
10. Изменение силы тока  $I$  в зависимости от времени  $t$  задано уравнением  $I = 2t^2 - 5t$ . Найдите скорость изменения силы тока в момент времени  $t = 10\text{ с}$ .

### Вариант 2

1. Количество электричества, протекающего через проводник, начиная с момента времени  $t = 0\text{ с}$ , задаётся формулой  $q(t) = 2t^2 + 3t + 1$  (Кул) Найдите силу тока в конце пятой секунды.
2. Количество тепла  $Q$  (Дж), необходимого для нагревания  $1\text{ кг}$  воды от  $0^\circ\text{C}$ , определяется формулой  $Q(t) = t + 0,00002t^2 + 0,0000003t^3$ . Вычислите теплоемкость воды, если  $t = 100^\circ$ .
3. Найдите величину силы  $F$ , действующей на точку массой  $m$ , движущуюся по закону  $x(t) = t^2 - t^4$  (м), при  $t = 3\text{ с}$ .
4. Найдите величину силы  $F$ , действующей на точку массой  $m$ , движущуюся по закону  $x(t) = t^2 - t^4$  (м), при  $t = 3\text{ с}$ .
5. Тело, масса которого  $m = 0,5\text{ кг}$ , движется прямолинейно по закону  $x(t) = 2t^2 + t - 3$  (м). Найдите кинетическую энергию тела через  $7\text{ с}$  после начала движения.
6. Тело массой  $5\text{ кг}$  движется прямолинейно по закону  $S(t) = (5-t)(2t-6) + 50$ . Найдите кинетическую энергию тела через  $2\text{ с}$  после начала движения.
7. Закон изменения температуры  $T$  тела в зависимости от времени  $t$  задан уравнением  $T = 0,2t^2$ . С какой скоростью нагревается это тело в момент времени  $t = 10\text{ с}$ .
8. Изменение силы тока  $I$  в зависимости от времени  $t$  задано уравнением  $I = 2t^2 - 5t$  ( $I$  - в амперах,  $t$  - в секундах). Найдите скорость изменения силы тока в момент  $t = 10\text{ с}$ .
9. Найдите скорость и ускорение в указанный момент времени для точки движущейся прямолинейно по закону  $s(t) = t^2 + 2t + 1$ ,  $t = 3\text{ с}$ .
10. Закон изменения температуры  $T$  тела в зависимости от времени  $t$  задан уравнением  $T = 0,4t^2 + 5t$ . С какой скоростью нагревается это тело в момент времени  $t = 7\text{ с}$ .

### Практическая работа №12.

#### «Применение дифференциала частных производных функции

### для решения прикладных задач»

**Цель:** закрепить умения находить частные производные и полный дифференциал функции, отработать навыки применения дифференциала функции к решению задач.

#### Вариант 1

1. Определите угол наклона кривой функции  $f(x) = 3x^2 + 2$  в точке  $x = 2$ .  
Используя производную, найдите касательную к графику функции в этой точке.
2. Функция  $T(x) = 10/x + 5$  представляет время  $T$  в часах, необходимое для выполнения техобслуживания оборудования в зависимости от количества работников  $x$ . Найдите производную  $T'(x)$  и определите, как изменение числа работников влияет на время обслуживания при  $x = 5$ .
3. Пусть объем цилиндра двигателя задается функцией  $V = \pi r^2 h$ , где  $r$  - радиус основания цилиндра, а  $h$  - высота. Найдите частные производные и проанализируйте, как изменение радиуса и высоты влияет на объем.
4. Температура масла в системе описывается функцией  $T(t) = 20 + 10e^{-0,1t}$ , где  $t$  - время в часах. Найдите производную этой функции и определите момент времени, когда температура масла возрастает быстрее всего.
5. На корпусе промышленного оборудования необходимо установить защитную панель в форме прямоугольника, имеющего ширину  $x$  и длину  $y$ . Если задана фиксированная площадь панели  $S = xy = 100 \text{ м}^2$ , выразите один из параметров через другой и найдите его производную, чтобы определить, при каком значении одного параметра затраты на материалы становятся минимальными.

#### Вариант 2

1. Определите угол наклона кривой функции  $f(x) = 5x^2 - 3x$  в точке  $x = 4$ .  
Используя производную, найдите касательную к графику функции в этой точке.
2. Функция  $T(x) = 12/x - 7$  представляет время  $T$  в часах, необходимое для выполнения техобслуживания оборудования в зависимости от количества работников  $x$ . Найдите производную  $T'(x)$  и определите, как изменение числа работников влияет на время обслуживания при  $x = 6$ .

3. Пусть объем цилиндра двигателя задается функцией  $V = \pi r^2 h$ , где  $r$  - радиус основания цилиндра, а  $h$  - высота. Найдите частные производные и проанализируйте, как изменение радиуса и высоты влияет на объем.
4. Температура масла в системе описывается функцией  $T(t) = 30 - 20e^{-0,2t}$ , где  $t$  - время в часах. Найдите производную этой функции и определите момент времени, когда температура масла возрастает быстрее всего.
5. На корпусе промышленного оборудования необходимо установить защитную панель в форме прямоугольника, имеющего ширину  $x$  и длину  $y$ . Если задана фиксированная площадь панели  $S = xy = 160 \text{ м}^2$ , выразите один из параметров через другой и найдите его производную, чтобы определить, при каком значении одного параметра затраты на материалы становятся минимальными.

### Практическая работа №13.

#### «Методы интегрирования»

**Цель:** сформировать навыки нахождения неопределенные интегралы с помощью таблицы интегралов, с применением метода подстановки.

**Задание 1:** Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования.

<b>B1</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 9}$	<b>B9</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 49}$
<b>B2</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 16}$	<b>B10</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 64}$
<b>B3</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 25}$	<b>B11</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 81}$
<b>B4</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 36}$	<b>B12</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 100}$
<b>B5</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 49}$	<b>B13</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 9}$
<b>B5</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 64}$	<b>B14</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 16}$
<b>B7</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 81}$	<b>B15</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 25}$
<b>B8</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 100}$	<b>B16</b>	$\int \frac{dx}{x^2 - 36}$

**Задание 2:** Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования.

<b>B1</b>	$\int \frac{dx}{25 + x^2}$	<b>B9</b>	$\int \frac{dx}{169 + x^2}$
<b>B2</b>	$\int \frac{dx}{36 + x^2}$	<b>B10</b>	$\int \frac{dx}{25 + x^2}$
<b>B3</b>	$\int \frac{dx}{49 + x^2}$	<b>B11</b>	$\int \frac{dx}{36 + x^2}$
<b>B4</b>	$\int \frac{dx}{64 + x^2}$	<b>B12</b>	$\int \frac{dx}{49 + x^2}$
<b>B5</b>	$\int \frac{dx}{81 + x^2}$	<b>B13</b>	$\int \frac{dx}{64 + x^2}$
<b>B6</b>	$\int \frac{dx}{100 + x^2}$	<b>B14</b>	$\int \frac{dx}{81 + x^2}$
<b>B7</b>	$\int \frac{dx}{121 + x^2}$	<b>B15</b>	$\int \frac{dx}{100 + x^2}$
<b>B8</b>	$\int \frac{dx}{144 + x^2}$	<b>B16</b>	$\int \frac{dx}{121 + x^2}$

**Задание 3.** Найти неопределенные интегралы.

<b>B1</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{169 + x^2}}$	<b>B9</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{25 + x^2}}$
<b>B2</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{144 + x^2}}$	<b>B10</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{169 + x^2}}$
<b>B3</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{121 + x^2}}$	<b>B11</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{144 + x^2}}$
<b>B4</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{100 + x^2}}$	<b>B12</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{121 + x^2}}$
<b>B5</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{81 + x^2}}$	<b>B13</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{100 + x^2}}$
<b>B6</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{64 + x^2}}$	<b>B14</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{81 + x^2}}$
<b>B7</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{49 + x^2}}$	<b>B15</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{64 + x^2}}$
<b>B8</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{36 + x^2}}$	<b>B16</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{49 + x^2}}$

**Задание 4.** Найти неопределенные интегралы.

<b>B1</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{25 - 4x^2}}$	<b>B9</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{169 - 9x^2}}$
<b>B2</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{36 - 9x^2}}$	<b>B10</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{25 - 4x^2}}$
<b>B3</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{49 - 4x^2}}$	<b>B11</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{36 - 9x^2}}$

<b>B4</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{64 - 9x^2}}$	<b>B12</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{49 - 4x^2}}$
<b>B5</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{81 - 4x^2}}$	<b>B13</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{64 - 9x^2}}$
<b>B6</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{100 - 9x^2}}$	<b>B14</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{81 - 4x^2}}$
<b>B7</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{121 - 4x^2}}$	<b>B15</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{100 - 9x^2}}$
<b>B8</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{144 - 9x^2}}$	<b>B16</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt{121 - 4x^2}}$

**Задание 5.** Найти неопределенные интегралы.

<b>B1</b>	$\int (5x^{-3} - 5x^2 + 4x^{-1} + 6) dx$	<b>B9</b>	$\int (2x^{-3} - 5x^2 + 9x^{-1} + 6) dx$
<b>B2</b>	$\int (6x^{-3} + 4x^2 - 4x^{-1} + 7) dx$	<b>B10</b>	$\int (3x^{-3} + 4x^2 - 8x^{-1} + 7) dx$
<b>B3</b>	$\int (7x^{-3} - 3x^2 + 4x^{-1} + 8) dx$	<b>B11</b>	$\int (4x^{-3} - 3x^2 + 7x^{-1} + 8) dx$
<b>B4</b>	$\int (8x^{-3} + 2x^2 - 4x^{-1} + 9) dx$	<b>B12</b>	$\int (5x^{-3} + 2x^2 - 6x^{-1} + 9) dx$
<b>B5</b>	$\int (9x^{-3} - 9x^2 + 4x^{-1} + 2) dx$	<b>B13</b>	$\int (6x^{-3} - 9x^2 + 5x^{-1} + 2) dx$
<b>B6</b>	$\int (2x^{-3} + 8x^2 - 4x^{-1} + 2) dx$	<b>B14</b>	$\int (7x^{-3} + 8x^2 - 4x^{-1} + 3) dx$
<b>B7</b>	$\int (3x^{-3} - 7x^2 + 4x^{-1} + 4) dx$	<b>B15</b>	$\int (8x^{-3} - 7x^2 + 3x^{-1} + 4) dx$
<b>B8</b>	$\int (4x^{-3} + 6x^2 - 4x^{-1} + 5) dx$	<b>B16</b>	$\int (9x^{-3} + 6x^2 - 2x^{-1} + 5) dx$

**Задание 6.** Найти неопределенные интегралы.

<b>B1</b>	$\int \frac{2x^2 - x}{3x} dx$	<b>B9</b>	$\int \frac{3x^2 + x}{3x} dx$
<b>B2</b>	$\int \frac{3x^2 + x}{4x} dx$	<b>B10</b>	$\int \frac{4x^2 - x}{2x} dx$
<b>B3</b>	$\int \frac{4x^2 - x}{5x} dx$	<b>B11</b>	$\int \frac{5x^2 + x}{9x} dx$
<b>B4</b>	$\int \frac{5x^2 + x}{6x} dx$	<b>B12</b>	$\int \frac{9x^2 - x}{8x} dx$
<b>B5</b>	$\int \frac{6x^2 - x}{7x} dx$	<b>B13</b>	$\int \frac{8x^2 + x}{7x} dx$
<b>B6</b>	$\int \frac{7x^2 + x}{8x} dx$	<b>B14</b>	$\int \frac{7x^2 - x}{6x} dx$

<b>B7</b>	$\int \frac{8x^2 - x}{2x} dx$	<b>B15</b>	$\int \frac{6x^2 + x}{5x} dx$
<b>B8</b>	$\int \frac{9x^2 + x}{3x} dx$	<b>B16</b>	$\int \frac{5x^2 - x}{4x} dx$

**Задание 7.** Найти неопределённые интегралы методом замены переменной.

<b>Задание 7а</b>			
<b>B1</b>	$\int \sqrt[3]{(2x + 8)^2} dx$	<b>B9</b>	$\int \sqrt[3]{(8 - 2x)^2} dx$
<b>B2</b>	$\int \sqrt[4]{(3x + 7)^3} dx$	<b>B10</b>	$\int \sqrt[4]{(7 - 3x)^3} dx$
<b>B3</b>	$\int \sqrt[5]{(4x + 6)^4} dx$	<b>B11</b>	$\int \sqrt[5]{6 - 4x)^4} dx$
<b>B4</b>	$\int \sqrt[6]{(5x + 5)^5} dx$	<b>B12</b>	$\int \sqrt[6]{(5 - 5x)^5} dx$
<b>B5</b>	$\int \sqrt[3]{(6x - 4)^2} dx$	<b>B13</b>	$\int \sqrt[5]{(3 - 5x)^4} dx$
<b>B6</b>	$\int \sqrt[4]{(7x - 3)^3} dx$	<b>B14</b>	$\int \sqrt[6]{(4x + 8)^5} dx$
<b>B7</b>	$\int \sqrt[5]{(8x - 2)^4} dx$	<b>B15</b>	$\int \sqrt[3]{(5 - 3x)^2} dx$
<b>B8</b>	$\int \sqrt[6]{(9x - 18)^5} dx$	<b>B16</b>	$\int \sqrt[4]{(4 + 3x)^3} dx$
<b>Задание 7б</b>			
<b>B1</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(3 - 5x)^4}}$	<b>B9</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(4x + 6)^4}}$
<b>B2</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[6]{(4x + 8)^5}}$	<b>B10</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[6]{(5x + 5)^5}}$
<b>B3</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(5 - 3x)^2}}$	<b>B11</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(6x - 4)^2}}$
<b>B4</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(4 + 3x)^3}}$	<b>B12</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(7x - 3)^3}}$
<b>B5</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3 - 7x)^4}}$	<b>B13</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(8x - 2)^4}}$
<b>B6</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[6]{(1 - 3x)^5}}$	<b>B14</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[6]{(9x - 18)^5}}$
<b>B7</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x + 8)^2}}$	<b>B15</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(8 - 2x)^2}}$

<b>B8</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(3x+7)^3}}$	<b>B16</b>	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(7-3x)^3}}$
-----------	--------------------------------------	------------	--------------------------------------

### Практическая работа №14.

#### «Определённый интеграл. Формула Ньютона–Лейбница».

**Цель:** вырабатывать навыки интегрирования по формуле Ньютона–Лейбница.

**Задание 1.** Найти следующие интегралы.

<b>B1.</b>	$\int_{-1}^2 (5x^3 - 5x^2 + 4x + 6)dx$	<b>B9.</b>	$\int_1^2 (2x^3 - 5x^2 + 9x + 6)dx$
<b>B2.</b>	$\int_1^2 (6x^3 + 4x^2 - 4x + 7)dx$	<b>B10.</b>	$\int_{-1}^2 (3x^3 + 4x^2 - 8x + 7)dx$
<b>B3.</b>	$\int_{-1}^2 (7x^3 - 3x^2 + 4x + 8)dx$	<b>B11.</b>	$\int_1^2 (4x^3 - 3x^2 + 7x + 8)dx$
<b>B4.</b>	$\int_1^2 (8x^3 + 2x^2 - 4x + 9)dx$	<b>B12.</b>	$\int_{-1}^2 (5x^3 + 2x^2 - 6x + 9)dx$
<b>B5.</b>	$\int_{-1}^2 (9x^3 - 9x^2 - 4x + 2)dx$	<b>B13.</b>	$\int_1^2 (6x^3 - 9x^2 + 5x + 2)dx$
<b>B6.</b>	$\int_1^2 (2x^3 + 8x^2 - 4x + 3)dx$	<b>B14.</b>	$\int_{-1}^2 (7x^3 + 8x^2 - 4x + 3)dx$
<b>B7.</b>	$\int_{-1}^2 (3x^3 - 7x^2 + 4x + 4)dx$	<b>B15.</b>	$\int_1^2 (8x^3 - 7x^2 + 3x + 4)dx$
<b>B8.</b>	$\int_1^2 (4x^3 + 6x^2 - 4x + 5)dx$	<b>B16.</b>	$\int_{-1}^2 (9x^3 + 6x^2 - 2x + 5)dx$

**Задание 2.** Найти следующие интегралы.

<b>B1.</b>	$\int_0^2 11(2x^2 - 1)^2 dx$	<b>B9.</b>	$\int_0^1 2(4x^2 + 1)^2 dx$
<b>B2.</b>	$\int_0^1 10(3x^2 + 2)^2 dx$	<b>B10.</b>	$\int_0^2 3(3x^2 - 2)^2 dx$

<b>B3.</b>	$\int_0^2 9(2x^2 - 1)^2 dx$	<b>B11.</b>	$\int_0^1 4(2x^2 + 3)^2 dx$
<b>B4.</b>	$\int_0^1 8(x^2 + 2)^2 dx$	<b>B12.</b>	$\int_0^2 5(x^2 - 4)^2 dx$
<b>B5.</b>	$\int_0^2 7(4x^2 - 3)^2 dx$	<b>B13.</b>	$\int_0^1 5(4x^2 + 5)^2 dx$
<b>B6.</b>	$\int_0^1 6(3x^2 + 4)^2 dx$	<b>B14.</b>	$\int_0^2 7(3x^2 - 1)^2 dx$
<b>B7.</b>	$\int_0^2 5(2x^2 - 3)^2 dx$	<b>B15.</b>	$\int_0^1 8(2x^2 + 2)^2 dx$
<b>B8.</b>	$\int_0^1 4(x^2 + 1)^2 dx$	<b>B16.</b>	$\int_0^2 9(x^2 - 3)^2 dx$

**Задание 3.** Найти следующие интегралы.

<b>B1.</b>	$\int_1^3 (6x - 4)^2 dx$	<b>B9.</b>	$\int_1^2 (9 - 2x)^5 dx$
<b>B2.</b>	$\int_2^3 (5 + 3x)^3 dx$	<b>B10.</b>	$\int_1^3 (2x + 3)^3 dx$
<b>B3.</b>	$\int_1^2 4(9x - 2)^4 dx$	<b>B11.</b>	$\int_1^2 (4 - 2x)^4 dx$
<b>B4.</b>	$\int_1^2 (1 + 9x)^5 dx$	<b>B12.</b>	$\int_1^2 (2x + 5)^5 dx$
<b>B5.</b>	$\int_1^3 (7 - 2x)^3 dx$	<b>B13.</b>	$\int_1^3 (6 - 2x)^3 dx$
<b>B6.</b>	$\int_1^2 (2x + 8)^4 dx$	<b>B14.</b>	$\int_1^2 (2x + 4)^5 dx$
<b>B7.</b>	$\int_2^3 (7 - 2x)^3 dx$	<b>B15.</b>	$\int_1^3 (2x - 1)^2 dx$

<b>B8.</b>	$\int_1^2 (2x + 8)^3 dx$	<b>B16.</b>	$\int_2^3 (7 + 3x)^3 dx$
------------	--------------------------	-------------	--------------------------

**Задание 4.** Найти следующие интегралы методом замены переменной.

<b>B1.</b>	$\int_0^1 5(6 + x^4)^3 x^3 dx$	<b>B9.</b>	$\int_0^1 4(x^2 - 6)^4 x dx$
<b>B2.</b>	$\int_0^2 6(x^2 + 3)^4 x dx$	<b>B10.</b>	$\int_0^2 5(6 + x^4)^3 x^3 dx$
<b>B3.</b>	$\int_0^3 7(x^3 - 4)^2 x^2 dx$	<b>B11.</b>	$\int_0^3 6(x^2 + 3)^4 x dx$
<b>B4.</b>	$\int_0^4 7(5 - x^3)^3 x^2 dx$	<b>B12.</b>	$\int_0^4 7(x^3 - 4)^2 x^2 dx$
<b>B5.</b>	$\int_1^2 6(x^4 + 5)^3 x^3 dx$	<b>B13.</b>	$\int_1^2 7(5 - x^3)^3 x^2 dx$
<b>B6.</b>	$\int_1^3 5(x^5 - 2)^4 x^4 dx$	<b>B14.</b>	$\int_1^3 6(x^4 + 5)^3 x^3 dx$
<b>B7.</b>	$\int_1^4 2(7 - x^4)^2 x^3 dx$	<b>B15.</b>	$\int_1^4 5(x^5 - 2)^4 x^4 dx$
<b>B8.</b>	$\int_2^3 3(x^3 + 8)^3 x^2 dx$	<b>B16.</b>	$\int_2^3 4(2 + x^3)^4 x^2 dx$

### Практическая работа №15.

#### «Применение определённого интеграла для вычисления площадей криволинейных трапеций».

**Цель:** сформировать навыки построения криволинейной трапеции и вычисления её площади.

**Задание:** Найдите площадь фигуры, ограниченной данными линиями, в соответствии с номером варианта:

№ В	№1	№2	№3
1	$y = x^3, y = 4x$	$y = \ln x, x = e, x = e^2, y = 0$	$y = \cos x; y = 0; x = \pi/6; x = \pi/3$

<b>2</b>	$y = x^3, y = 3x$	$y = x^2 + 2x, y = x + 2$	$y = \sin x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{4}$
<b>3</b>	$y = x^3, y = x$	$y = e^x - 1, y = e^{2x} - 3, x = 0$	$y = \cos x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{3}$
<b>4</b>	$y = x^2, x = 0, y = -x + 9$	$y = 3 + 2x - x^2, y = 0$	$y = \cos x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{2}$
<b>5</b>	$y = 2x - 5x^2, y = 0$	$y = \arcsin x, x = 0, y = \frac{\pi}{2}$	$y = \cos x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{6}$
<b>6</b>	$y = 9 - x^2, y = x^2$	$y = \ln x, y = 0, x = 1, x = e$	$y = \cos x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{4}$
<b>7</b>	$y = x^2, x = 0, y = -x + 4$	$xy = 8, x + y = 9$	$y = \sin x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{3}$
<b>8</b>	$y = 2x - x^2, y = 0$	$y = (x - 2)^2, y = 4 - x^2$	$y = \sin x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{2}$
<b>9</b>	$y = x^3, y = 2x$	$xy = 1, y = 0, x = 1, x = e$	$y = \cos x; y = 0; x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{\pi}{4}$
<b>10</b>	$y = 4x - x^2, y = 0$	$y = 6x - x^2 - 5, y = 0$	$y = \sin x; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{6}$

### Практическая работа №16.

#### «Применение определённого интеграла в физике и технике»

**Цель:** формирование навыков применения определенного интеграла при решении прикладных задач физики.

#### Вариант 1

1. Найдите объем тела, полученного вращением области, ограниченной графиком функции  $f(x) = x^2$  от  $x = 0$  до  $x = 2$  вокруг оси  $X$ .
2. Определите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиками функций  $f(x) = x^2$  и  $g(x) = 4 - x^2$  на интервале от  $x = 0$  до  $x = 2$ .
3. Рассчитайте работу, совершенную при перемещении точки вдоль функции сопротивления  $R(x) = 3x^2 + 2$  от  $x = 1$  до  $x = 3$ .
4. Для детали, имеющей площадь поперечного сечения, заданного функцией  $A(x) = 2x + 1$ , найдите объем детали, если она имеет длину  $L = 5$  по оси  $X$ .
5. Найдите количество теплоты, необходимое для нагрева материала с теплоемкостью, заданной функцией  $C(t) = 5t + 2$ , от температуры  $t = 20$  °C до  $t = 60$  °C.
6. Рассчитайте, сколько энергии требуется для поднятия груза массой  $m$  на высоту  $h$ , если сила тяжести выражается через функцию  $F(x) = mg$ , где  $g = 9.81$  м/с<sup>2</sup> и  $h$  - это интервал от 0 до  $h$ .

## Вариант 2

1. Найдите суммарную длину отходов, образующихся при переработке деталей, если количество отходов зависит от функции  $W(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2x$  на интервале  $[0, 2]$ .
2. Определите объем жидкости в резервуаре, имеющем форму, заданную функцией  $V(r) = \pi r^2$ , где  $r$  - радиус резервуара, изменяющийся от 1 до 5.
3. Вычислите количество электричества, протекшего по проводнику за промежуток времени  $[3;4]$ , если сила тока задается формулой  $I(t) = 3t^2 + 2t$ .
4. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на  $L = 0,05$  м, если известно, что для её растяжения на  $L_1 = 0,01$  м нужна сила  $F_1 = 1$ Н?
5. Определить массу и координату центра масс стержня длины  $L=10$  м, если плотность стержня меняется по закону  $\rho=5+0,2x$  кг/м, где  $x$  – расстояние от одного из концов стержня.
6. Найти количество теплоты, выделенное за время  $t \in [1;2]$ , если теплоемкость  $c(t) = t^2$ .

### Практическая работа №17

#### «Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными»

**Цель:** научиться решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, используя методы дифференциального и интегрального исчисления.

**Задание:** Найти общее решение дифференциального уравнения:

	Вариант 1		Вариант 2
1.	$x \cdot dx + y \cdot dy = 0$	1.	$x \cdot dx - 2y \cdot dy = 0$
2.	$\cos x dx = 4y dy$	2.	$y^5 dy = 5 \sin x dx$
3.	$4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$	3.	$6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$
4.	$(y^2 + x \cdot y^2) + (x^2 - y \cdot x^2) \cdot y' = 0$	4.	$(e^{3x} + 7) \cdot dy + y \cdot e^{3x} \cdot dx = 0$
5.	$6x dx - 6y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$	5.	$y \cdot (4 + e^x) dy - e^x dx = 0$
6.	$(e^x + 8) \cdot dy - y \cdot e^x \cdot dx = 0$	6.	$y' \cdot \operatorname{tg} x - y = 1$
7.	$y \ln y + xy' = 0$	7.	$6x dx - y dy = yx^2 dy - 3xy^2 dx$
8.	$(1 + e^x) \cdot y' = ye^x$	8.	$y(1 + \ln y) + xy' = 0$
9.	$(3 + e^x) \cdot yy' = e^x$	9.	$e^y \cdot (1 + x^2) \cdot dy - 2x \cdot (1 + e^y) \cdot dx = 0$
10.	$2x dx - y dy = yx^2 dy - xy^2 dx$	10.	$y - xy' = 1 + x^2 y'$

## Практическая работа №18

### «Уравнения Бернулли».

**Цель:** научиться решать линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

**Задание:** решение уравнения Бернулли, удовлетворяющее заданному начальному условию.

	Вариант 1		Вариант 2
1.	$\frac{dy}{dx} + xy = (1+x) \cdot e^{-x} \cdot y^2, y(0) = 1$	1.	$xy' + y = 2y^2 \cdot \ln x, y(1) = \frac{1}{2}$
2.	$2 \cdot (xy' + y) = xy^2, y(1) = 2$	2.	$\frac{dy}{dx} + 4x^3y = 4(1+x^3) \cdot e^{-4x} \cdot y^2, y(0) = 1$
3.	$x \cdot \frac{dy}{dx} + y = y^2 \cdot \ln x, y(1) = \frac{1}{2}$	3.	$2 \cdot (y + xy') = (1+x) \cdot e^{-x} \cdot y^2, y(0) = 2$
4.	$3 \cdot (xy' + y) = y^2 \cdot \ln x, y(1) = 3$	4.	$2y' + y \cos x = y^{-1} \cdot \cos x \cdot (1 + \sin x), y(0) = 1$
5.	$y' + 4x^3y = 4y^2 \cdot e^{4x} \cdot (1-x^3), y(0) = -1$	5.	$3 \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{2x}{y^2} \cdot e^{-2x^2}, y(0) = -1$
6.	$2xy' - 3y = -(5x^2 + 3) \cdot y^3, y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$	6.	$2y' + 3y \cos x = e^{2x}(2 + 3 \cos x) \cdot \frac{1}{y}, y(0) = 1$
7.	$3(xy' + y) = xy^2, y(1) = 3$	7.	$\frac{dy}{dx} - y = 2xy^2, y(0) = \frac{1}{2}$
8.	$3xy' + 5y = (4x - 5) \cdot y^4, y(1) = 1$	8.	$y' + 2xy = 2x^3y^3, y(0) = \sqrt{2}$
9.	$x \cdot \frac{dy}{dx} + y = y^2 \cdot \ln x, y(1) = 1$	9.	$2 \cdot \frac{dy}{dx} + 3y \cos x = \frac{1}{y}(8 + 12 \cos x) \cdot e^{2x}, y(0) = 2$
10.	$4y' + 4x^3y = (x^3 + 8) \cdot e^{-2x} \cdot y^2, y(0) = 1$	10.	$y' + xy = (x-1) \cdot e^x \cdot y^2, y(0) = 1.$

## Практическая работа №19

## «ЛОДУ второго порядка»

**Цель работы:** закрепить навыки решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.

**Задание 1.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3
1.	$y'' - 3y' - 4y = 0$	1.	$y'' - 2y' + y = 0$	1.	$y'' + 4y' + 3y = 0$
2.	$y'' + 5y' + 6y = 0$	2.	$y'' - 4y' + 4y = 0$	2.	$y'' - y' - 20y = 0$
3.	$y'' - 9y = 0$	3.	$y'' - 6y' + 9y = 0$	3.	$y'' + y' - 6y = 0$
4.	$y'' - y' - 6y = 0$	4.	$y'' - 12y' + 36y = 0$	4.	$y'' - 9y' + 20y = 0$
5.	$y'' + 4y' = 0$	5.	$y'' - 14y' + 49y = 0$	5.	$y'' + y = 0$
6.	$y'' + y' - 2y = 0$	6.	$y'' - 10y' + 25y = 0$	6.	$y'' + 5y' - 24y = 0$
7.	$y'' - 4y' + 3y = 0$	7.	$y'' - 2y' + y = 0$	7.	$y'' - 5y' = 0$
8.	$y'' + 3y' - 4y = 0$	8.	$y'' - y' - 2y = 0$	8.	$y'' - 13y' + 12y = 0$
9.	$y'' - 16y = 0$	9.	$y'' - 5y' + 6y = 0$	9.	$y'' + 10y' = 0$
10.	$y'' - 4y' = 0$	10.	$y'' - 5y' - 24y = 0$	10.	$y'' + 12y' + 20y = 0$

**Задание 2.** Найти решение задачи Коши

$y'' + 2y' + 10y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3k$ , где  $k$  – номер по списку.

**Задание 3.** Найти частное решение уравнения

	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3
1.	$y'' + 4y' + 5y = 0$ $y(0) = -3, y'(0) = 0$	1.	$y'' + 2y' + 2y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$	1.	$y'' - y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$
2.	$y'' + 25y' = 0$ $y(1) = 20, y'(1) = 10$	2.	$y'' - 12y' + 35y = 0$ $y(1) = 10, y'(1) = 2$	2.	$y'' - 4y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 8$
3.	$y'' - y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$	3.	$y'' + 4y' + 5y = 0$ $y(0) = -3, y'(0) = 0$	3.	$y'' + 2y' + 2y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$
4.	$y'' - 4y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 8$	4.	$y'' + 25y' = 0$ $y(1) = 20, y'(1) = 10$	4.	$y'' - 12y' + 35y = 0$ $y(1) = 10, y'(1) = 2$
5.	$y'' + 2y' + 2y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$	5.	$y'' - y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$	5.	$y'' + 4y' + 5y = 0$ $y(0) = -3, y'(0) = 0$
6.	$y'' - 12y' + 35y = 0$ $y(1) = 10, y'(0) = 2$	6.	$y'' - 4y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 8$	6.	$y'' + 25y' = 0$ $y(1) = 20, y'(1) = 10$
7.	$y'' + 4y' + 5y = 0$ $y(0) = -3, y'(0) = 0$	7.	$y'' + 2y' + 2y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$	7.	$y'' - y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.	$y'' + 25y' = 0$ $y(1) = 20, y'(1) = 10$	8.	$y'' - 12y' + 35y = 0$ $y(1) = 10, y'(1) = 2$	8.	$y'' - 4y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 8$
9.	$y'' - y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$	9.	$y'' + 4y' + 5y = 0$ $y(0) = -3, y'(0) = 0$	9.	$y'' + 2y' + 2y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$
10.	$y'' - 4y' = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 8$	10.	$y'' + 25y' = 0$ $y(1) = 20, y'(1) = 10$	10.	$y'' - 12y' + 35y = 0$ $y(1) = 10, y'(1) = 2$

## Практическая работа №20.

### «ЛНДУ второго порядка с правой частью»

**Цель:** закрепить навыки решения ЛОДУ с постоянными коэффициентами; выработать навыки решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с правой частью.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1. $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(2x + 5)$	2. $y'' - 4y' - 5y = e^{2x}(-8x + 1)$	3. $y'' - 5y' + 4y = e^{2x}(3x^2 + x - 1)$
4. $y'' - 5y' + 4y = e^{2x}(3x^2 + x - 1)$	5. $y'' - 2y' - 3y = e^{2x}(-2x^2 + 3x + 5)$	6. $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(x^2 + x)$
7. $y'' + 16y = 2\cos 3x$	8. $y'' + 25y = 3\sin 2x$	9. $y'' - 5y' + 6y = 13\sin 3x$
10. $y'' - 4y' - 5y = \cos 2x + 3\sin 2x$	11. $y'' + y' - 20y = 2\cos x + 3\sin x$	12. $y'' - 3y' - 10y = \sin x + 3\cos x$
13. $y'' + 2y' + y = e^{-x}$	14. $y'' + y' - 2y = 2e^{-2x}$	15. $y'' - 2y' - 8y = -e^{-2x}$
16. $y'' + y' - 20y = 9xe^x$	17. $y'' + 5y' + 6y = 5xe^x$	18. $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$
19. $y'' + y' + 2,5y = 25\cos 2x$	20. $y'' + y = 2\cos x$	21. $y'' + y = 5\sin x$
22. $y'' + 9y = 12\cos 3x + 18\sin 3x$	23. $y'' + 4y' + 20y = 4\cos 4x - 52\sin 4x$	24. $y'' + 5y' = 2\cos 3x + 4\sin 3x$
25. $y'' - y' = (2x + 3)e^x$	26. $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$	27. $y'' + 6y' + 8y = 5e^{-4x}$
28. $y'' - 9y' + 4y = -2e^{4x}$	29. $y'' + 6y' + 9y = 4e^{2x}$	26. $2y'' - 7y' + 3y = e^{3x}(2x + 1)$

## Практическая работа №21.

### «Применение дифференциальных уравнений при решении задач электродинамики и термодинамики»

**Цель:** повторить правила решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными; отработать навыки по нахождению частных решений дифференциальных уравнений; научиться составлять математические модели процессов с использованием дифференциальных уравнений.

#### Вариант 1

**Задача 1.** Скорость тела, выходящего из состояния покоя, равна  $5t^2$  м/с по истечении  $t$  секунд. Определите путь, пройденный телом за 3с.

**Задача 2.** Скорость охлаждения какого-либо тела в воздухе пропорциональна разности между температурой тела и температурой воздуха. Если температура воздуха равна  $20^{\circ}\text{C}$  и тело в течение 20 мин охлаждается от  $100^{\circ}\text{C}$  до  $60^{\circ}\text{C}$ , то через сколько времени его температура понизится до  $30^{\circ}\text{C}$ .

**Задача 3.** Найдите уравнение линии, проходящей через точку  $M(1;3)$  и имеющей касательную, угловой коэффициент которой равен  $2x-3$ .

### Вариант 2

**Задача 1.** Скорость тела, выходящего из состояния покоя, равна  $3t^2$  м/с по истечении  $t$  секунд. Определите путь, пройденный телом за 5с.

**Задача 2.** Тело охладилось за 10 мин от  $100^{\circ}$  до  $60^{\circ}$ . Температура окружающего воздуха поддерживается равной  $20^{\circ}$ . Когда тело остынет до  $25^{\circ}$ ?

**Задача 3.** Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом, которое проходит через точку  $M$  с координатами  $(3,5)$ , параллельную прямой  $y=2x-2$ .

### Практическая работа №23.

#### «Вычисление вероятности события»

**Цель:** сформировать навыки решения задач, используя классическую формулу вероятности, теоремы сложения и умножения вероятностей.

#### Вариант 1

1. На предприятии имеется 5 аналогичных станков. Вероятность выхода из строя одного станка за год составляет 0.1. Какова вероятность, что в следующем году выйдут из строя ровно 2 станка?
2. Из 100 деталей, поставленных на предприятие, 10 оказались дефектными. Если случайным образом выбран 1 деталь, какова вероятность, что она окажется исправной?
3. Оборудование может работать без поломок с вероятностью 0.8 в течение месяца. Какова вероятность, что в течение трех месяцев оборудование не сломается ни разу?

4. Вероятность успешного ремонта оборудования составляет 0.9. Какова вероятность успешного ремонта 4 из 5 попыток?
5. Система подвержена сбоям с вероятностью 0.05. Если система тестируется 10 раз, какова вероятность того, что она даст сбой хотя бы один раз?
6. Гарантия на детали составляет 12 месяцев. Вероятность поломки детали в течение гарантийного срока равна 0.2. Какова вероятность, что деталь не сломается в течение 12 месяцев?
7. Оборудование служит в среднем 5 лет с равномерным распределением. Какова вероятность того, что оборудование прослужит более 6 лет?
8. Случайный клиент обращается в сервисный центр с вероятностью 0.15. Какова вероятность того, что из 10 клиентов, 3 обратятся за обслуживанием?
9. На заводе каждый 20-й выпускаемый продукт бракован. Если случайно выбрать 50 продуктов, какова вероятность найти 2 бракованных?
10. Из 30 механизмов 3 выйдут из строя в процессе испытаний. Какова вероятность, что при случайной выборке 5 механизмов среди них будет как минимум 1 неисправный?

### **Вариант 2**

1. На заводе периодически проходят технический осмотр 100 единиц оборудования. Вероятность, что оборудование не пройдет осмотр, составляет 0.05. Какова вероятность, что хотя бы одно оборудование не пройдет осмотр?
2. Вероятность отказа системы в неделю составляет 0.02. Какова вероятность, что в течение месяца система не даст сбой ни разу?
3. На производственной линии работают 6 операторов. Каждый из них делает правильные настройки с вероятностью 0.9. Какова вероятность того, что 5 операторов сделают правильные настройки?
4. На складе 50 запчастей, из которых 5 неисправные. Какова вероятность, что в случайном наборе из 10 запчастей будет ровно 2 неисправные?
5. На ремонт оборудования планируется нанять 4 подрядчика. У каждого есть вероятность выполнения работ в срок 0.85. Какова вероятность, что хотя бы один подрядчик не выполнит работы в срок?
6. Насос будет работать без поломок с вероятностью 0.95. Какова вероятность поломки насоса после 5-летней эксплуатации?

7. Вероятность того, что оборудование откажет в течение года, составляет 0.1. Если у вас 3 единицы оборудования, какова вероятность, что откажет хотя бы одна единица за год?
8. Из сотни ремонтов 5 завершились неудачно. Если вы выберете 10 ремонтов, какова вероятность, что среди них будет хотя бы 1 неудачный?
9. На производство запланировано 100 метров провода, вероятность брака составляет 0.03. Какова вероятность, что в партии окажется менее 5 метров бракованного провода?
10. Вероятность срабатывания системы сигнализации в случае происшествия составляет 0.9. Какова вероятность, что при 3 происшествиях сигнализация сработает как минимум дважды?

**Практическое занятие №23.**  
**«Решение практических задач»**

**Цель:** отработать и закрепить практические навыки решения ключевых задач на определение вероятности изготовления бракованного изделия.

**Вариант 1**

1. На заводе существует три машины (А, В, С), которые производят детали. Машина А производит 50% изделий, машина В – 30%, а машина С – 20%. Вероятность, что деталь, произведенная машиной А, будет бракованной, составляет 2%, для машины В – 5%, для машины С – 3%. Найдите общую вероятность того, что случайно выбранная деталь окажется бракованной.
2. На производственном предприятии работают три цеха, которые выполняют различные виды работ. Цех 1 производит 40% всех изделий, цех 2 – 35%, цех 3 – 25%. Вероятность брака в цехе 1 составляет 1%, в цехе 2 – 2%, в цехе 3 – 4%. Определите вероятность того, что случайно выбранное изделие окажется бракованным.
3. На заводе по производству электроники работают три линии: линия Х (60% производства, вероятность брака 3%), линия Y (25% производства, вероятность брака 7%), линия Z (15% производства, вероятность брака 4%). Какова вероятность того, что случайно выбранный продукт будет бракованным?

4. В предприятии по производству запчастей работают три бригады: бригада 1 составляет 30% от всей работы с вероятностью брака 1.5%, бригада 2 – 50% с вероятностью 4%, бригада 3 – 20% с вероятностью 2%. Найдите общую вероятность брака.
5. На фабрике три технологических процесса: процесс А (20% объема, вероятность бракованного изделия 5%), процесс В (50% с вероятностью 2%), процесс С (30% с вероятностью 3%). Какова вероятность получить бракованное изделие при случайном выборе?
6. Крупное производство состоит из четырех участков, которые производят изделия с различными уровнями брака. Участок 1 (10% производства, брак 6%), участок 2 (20% производства, брак 4%), участок 3 (30% производства, брак 2%), участок 4 (40% производства, брак 1%). Определите вероятность получить бракованное изделие.
7. На заводе три секции машин: секция 1 (25% продукции, вероятность ошибки 2%), секция 2 (50% с вероятностью ошибки 3%), секция 3 (25% с вероятностью 5%). Какова вероятность, что случайно выбранное изделие будет бракованным?
8. В мастерской работают три группы по обслуживанию оборудования. Группа А производит 45% всех изделий (брак 3%), группа В – 35% (брак 2%), группа С – 20% (брак 10%). Какова общая вероятность брака?
9. На производственном предприятии 4 вида оборудования: оборудование 1 (10% производства, 1% брак), оборудование 2 (20%, 3%), оборудование 3 (50%, 2%), оборудование 4 (20%, 4%). Найдите общую вероятность того, что изделие окажется бракованным.
10. На заводе по производству машин работают три подразделения. Подразделение 1 (30% от выпуска, вероятность брака 1%), подразделение 2 (50%, вероятность 2%), подразделение 3 (20%, вероятность 4%). Какова вероятность того, что случайно выбранная деталь будет бракованной?

## **Вариант 2**

1. Три автомата изготавливают одинаковые детали. Их производительности относятся как 2:3:5, а стандартные детали среди их продукции составляют в среднем соответственно 96%, 97%, 99%. Найти вероятность того, что деталь, наудачу взятая из не рассортированной партии деталей, окажется нестандартной.

2. Изделие поступает для обработки на одну из 4 линий производительностью - 5, 4, 3, 8 изделий в час соответственно. Брак может возникнуть на любой из этих четырех линий, причем наблюдения показали появление дефектов: на первой линии - 10% изделий, на второй - 5%, на третьей - 3%, на четвертой - 2% изделий. Считая, что вероятность попадания изделия на ту или иную линию пропорциональна ее производительности, необходимо определить вероятность того, что случайно выбранное готовое изделие окажется не бракованным.
3. Однотипные детали изготавливаются на трех прессах: на первом - 40% всех деталей, на втором 25%, остальные на третьем прессе. Брак в продукции прессов составляет 0,5% для первого пресса, 1% для второго, 2% для третьего пресса. Найти вероятность того, что наудачу выбранная и оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на втором прессе.
4. Фирма имеет три источника поставки комплектующих – фирмы А, В, С. На долю фирмы А приходится 50% общего объема поставок, В – 30% и С – 20%. Из практики известно, что среди поставляемых фирмой А деталей 10% бракованных, фирмой В – 5% и фирмой С – 6%. Какова вероятность, что взятая наугад деталь окажется годной?
5. На сборку попадают запчасти с трёх автоматов. Известно , что первый автомат даёт 0,1% брака, второй – 0,2%, а третий – 0,3%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если первый автомат выпустил 1000 деталей, второй – 2000, а третий – 3000 запчастей.
6. Для каждого из трех производственных участков вероятности не выполнения плана соответственно равны: 0,02; 0,05 и 0,01. Найти вероятность того, что к моменту подведения итогов работы плановое задание будет выполнено двумя участками.
7. Трое рабочих изготовили за смену 60 деталей. Производительность рабочих относится как 1:2:3. Первый рабочий изготавливает в среднем 95% годных деталей, второй – 85%, третий – 90%. Найти вероятность того, что наудачу взятая из числа изготовленных за смену деталь низкого качества.
8. На фабрике, изготавливающей болты, первая машина производит 25 %, вторая – 35 %, третья – 40 % всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5

- %, 4 % и 2 %. Найти вероятность того, что случайно выбранный из продукции болт окажется дефектным.
9. С первого автомата на сборку поступает 40 %, со второго – 30 %, с третьего – 20 %, с четвертого – 10 % деталей. Среди деталей первого автомата 0,1 % бракованных, второго – 0,2 %, третьего – 0,25 %, четвертого – 0,5 %. Найти долю бракованных деталей, поступающих на сборку.
10. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70 % этих стекол, вторая – 30 %. Первая фабрика выпускает 3 % бракованных стекол, а вторая – 1 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

### **Практическая работа №24.**

#### **«Решение прикладных задач на применение закона распределения случайных величин»**

**Цель:** формирование навыков построения по заданному условию закона распределения дискретной случайной величины; закрепление умений решать задачи на нахождение вероятности с использованием формулы Бернулли.

#### **Вариант 1**

1. Время, необходимое для ремонта станка, распределено по закону экспоненциального распределения с средним временем 2 часа. Найдите вероятность того, что ремонт займет меньше 1,5 часов.
2. При производстве деталей вероятность того, что деталь будет бракованной, составляет 3%. Если из партии берем 10 деталей, какова вероятность, что не будет бракованных деталей?
3. Время безотказной работы системы распределено по закону Гамма с параметрами  $\alpha=3$  и  $\beta=2$ . Найдите вероятность того, что система проработает больше 8 часов.
4. Поломки в оборудовании описываются пуассоновским законом с параметром  $\lambda=0.5$  поломок в час. Какова вероятность того, что в течение 4 часов произойдет не более одной поломки?

5. Время между поломками оборудования распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\lambda=0.1$ . Найдите вероятность того, что следующая поломка произойдет не ранее чем через 10 часов.
6. Известно, что время жизни детали распределено нормально с математическим ожиданием 10000 часов и стандартным отклонением 1500 часов. Если деталь считается ненадежной, если она прослужит менее 8500 часов, какова вероятность, что деталь окажется ненадежной?
7. Система проходит проверку на надежность, которая длится 5 часов. Вероятность того, что система пройдет проверку, равна 0.9. Какова вероятность того, что из 5 систем хотя бы 4 пройдут проверку?
8. Известно, что время доставки запасных частей для обслуживания оборудования распределено по нормальному закону с математическим ожиданием 3 дня и стандартным отклонением 0.5 дня. Какова вероятность того, что запчасти придут вовремя (в течение 3 дней)?

### Вариант 2

1. На производственной линии вероятность сбоя в работе оборудования составляет 0.02 за каждую смену. Какова вероятность, что в 15 сменах не произойдет ни одного сбоя?
2. Время выполнения планового техобслуживания оборудования распределено нормально с математическим ожиданием 8 часов и стандартным отклонением 1.5 часа. Какова вероятность, что обслуживание займет более 10 часов?
3. Предметы проходят тест на прочность. Вероятность, что предмет пройдет тест, составляет 0.95. Какую вероятность можно ожидать того, что из 20 предметов не менее 15 пройдут тест?
4. Задержка в выполнении заказов распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 2 дня и стандартным отклонением 0.3 дня. Найдите вероятность того, что заказ будет задержан больше чем на 2.5 дня.
5. Средний размер детали распределен нормально с параметрами  $\mu=10$  см и  $\sigma=0.1$  см. Какова вероятность того, что случайно выбранная деталь будет меньше 9.8 см?

6. Техническое обслуживание выполняется за время, распределенное по нормальному закону с средним 1.5 часа и стандартным отклонением 0.4 часа. Какова вероятность того, что обслуживание займет от 1 до 2 часов?
7. Известно, что в процессе эксплуатации оборудования вероятность поломки составляет 0.01 за каждый час. Какова вероятность, что за 100 часов эксплуатации не будет ни одной поломки?
8. В среднем в течение недели необходимо заказывать 5 запасных частей. Какова вероятность того, что за период из 10 дней потребуется не более 15 запасных частей?

### Практическая работа №25.

#### «Решение прикладных задач с реальными дискретными случайными величинами на износ технологического оборудования»

**Цель:** закрепить понятия дискретной случайной величины, математического ожидания дискретной случайной величины, дисперсии, а также среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины; сформировать навыки решения прикладных задач с реальными дискретными случайными величинами.

#### Вариант 1

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения (в первой строке указаны возможные значения случайной величины  $X$ , во второй – вероятности этих возможных значений). Найти: а) значение вероятности  $p_i$ ; б) математическое ожидание  $M(X)$ .

$X$	-3	-1	1	2	4
$p$	0,1	0,15	$p_i$	0,25	0,2

2. За отчетный год себестоимость единицы продукции (тыс. руб.) предприятий одной из отраслей промышленности характеризуется данными: 21 33 24 26 21 23 23 23 26 26 30 26 30 28 26 28 26 30 28 28. Постройте:
  - а) таблицу распределения частот;
  - б) таблицу относительных частот;
  - в) полигон относительных частот;
  - г) Вычислите выборочную среднюю.

#### Вариант 2

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения (в первой строке указаны возможные значения случайной величины  $X$ , во второй – вероятности этих возможных значений). Найти: а) значение вероятности  $p_i$ ; б) математическое ожидание  $M(X)$ .

$X$	2	4	5	7	9
$p$	0,1	0,25	0,3	$p_i$	0,15

2. Имеются следующие выборочные данные о выпуске продукции по однородным предприятиям одной из отраслей промышленности за год, млн. руб.: 36, 35, 37, 36, 46, 41, 36, 35, 45, 51, 40, 36, 28, 39, 35, 42, 37, 42, 39, 31, 38, 38, 45, 35, 44, 53, 41, 46, 45, 41.

Постройте:

- а) таблицу распределения частот;
- б) таблицу относительных частот;
- в) полигон относительных частот;
- г) Вычислите выборочную среднюю

### Вариант 3

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения (в первой строке указаны возможные значения случайной величины  $X$ , во второй – вероятности этих возможных значений). Найти: а) значение вероятности  $p_i$ ; б) математическое ожидание  $M(X)$ .

$X$	-3	-1	2	4	6
$p$	0,15	0,2	$p_i$	0,2	0,05

2. По результатам выборочного исследования рабочих цеха были установлены их квалификационные разряды: 4, 5, 6, 4, 4, 2, 3, 5, 4, 4, 5, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 2, 3, 6, 5, 4, 6, 4, 3. Постройте:

- а) таблицу распределения частот;
- б) таблицу относительных частот;
- в) полигон относительных частот;
- г) Вычислите выборочную среднюю.

### Вариант 4

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения (в первой строке указаны возможные значения случайной величины  $X$ , во второй – вероятности этих возможных значений). Найти: а) значение вероятности  $p_i$ ; б) математическое ожидание  $M(X)$ .

$X$	-4	-2	-1	2	3
$p$	0,1	$p_i$	0,25	0,3	0,15

2. Имеется ряд распределения рабочих участка по уровню квалификации  
3; 6; 4; 4; 2; 3; 5; 4; 4; 5; 2; 3; 4; 4; 5; 2; 3; 6; 5; 4; 2; 4; 3.

Постройте:

- таблицу распределения частот;
- таблицу относительных частот;
- полигон относительных частот;
- Вычислите выборочную среднюю.

### Практическая работа №26

#### «Вычисление определителя матрицы средствами табличного процессора Microsoft Excel»

**Цель:** формирование практических умений выполнять арифметические операции над матрицами и вычислять определитель в табличном процессоре MS Excel.

**Задание 1.** Вычислить определитель матрицы.

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1.	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & -8 \\ 3 & -5 & 1 \end{vmatrix}$
2.	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$
3.	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 4 & 8 & 12 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 9 & 18 & 27 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}$
4.	$\begin{vmatrix} 12 & 5 & -1 \\ -2 & 13 & -1 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 24 & 3 & -1 \\ 2 & 11 & -1 \\ 1 & -7 & -4 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 17 & 34 & -12 \\ -3 & 5 & -1 \\ 0 & 14 & 0 \end{vmatrix}$

5.	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 11 & 4 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$
----	--	---	---

**Задание 2.** Найти сумму, разность (№1, 2) и произведение матриц (№2).

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1.	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 11 & 21 & 13 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 14 & -7 & 19 \\ 1 & -41 & 23 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -9 \\ 21 & -18 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 14 & 7 & 9 \\ 12 & 15 & 11 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & -11 \\ 31 & 15 & -5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & -19 & 27 \\ 11 & -17 & 52 \end{pmatrix}$
2.	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & -2 \\ 7 & 11 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & -2 \\ 7 & 11 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 1 \\ 7 & 7 & 2 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 34 \\ 12 & -9 & -5 \\ 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 6 & 5 & 3 \\ 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

### Практическая работа №27.

«Метод Крамера для решения СЛАУ третьего порядка».

**Цель:** закрепить навыки работы с определителями и научиться применять их на практике; научиться решать системы линейных уравнений третьего порядка методом Крамера.

### Практическая работа №28.

«Метод Гаусса для решения СЛАУ третьего порядка».

**Цель:** научиться решать системы линейных уравнений третьего порядка методом Гаусса.

Для практических работ №27, 28 задания взять из таблицы в соответствии с вариантом.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
№1. $\begin{cases} x + 3y + 2z = 1, \\ 3x + 8y + 5z = 3, \\ 2x + 7y + 6z = 3. \end{cases}$	№11. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 1, \\ 3x - 2y - 5z = -4. \end{cases}$	№21. $\begin{cases} 2x + y + 2z = 5, \\ 3x - y - z = 4, \\ x + 2y + 3z = 5. \end{cases}$
№2. $\begin{cases} x + 3y + 2z = 0, \\ 3x + 8y + 5z = 1, \\ 2x + 7y + 6z = -4. \end{cases}$	№12. $\begin{cases} x + 2y + 4z = 4, \\ 3x + 7y - 2z = -3, \\ 4x - 6y - 10z = 4. \end{cases}$	№22. $\begin{cases} x - 2y - 2z = -2, \\ 2x + 2y - 3z = 13, \\ 3x - y + 2z = 1. \end{cases}$
№3. $\begin{cases} x + y + 2z = 1, \\ 2x - y + 2z = 4, \\ 4x + y + 4z = 2. \end{cases}$	№13. $\begin{cases} x - 4y - 2z = -3, \\ 3x - 11y + z = 10, \\ 3x - 5y - 6z = 26. \end{cases}$	№23. $\begin{cases} 3x + y + 2z = 7, \\ 2x - 2y + 3z = -5, \\ x + y + 2z = 3. \end{cases}$

№4. $\begin{cases} 2x + 4y + 5z = -2, \\ 5x + 3y + 2z = 2, \\ 8x + 2y - z = 6. \end{cases}$	№14. $\begin{cases} x - y + 2z = 4, \\ 2x - 3y + 4z = -1, \\ 3x + 2y + z = 2. \end{cases}$	№24. $\begin{cases} x - 3y - 2z = -5, \\ 2x - 3y + 2z = -7, \\ 3x + 3y + 4z = 11. \end{cases}$
№5. $\begin{cases} 2x + y - 3z = -5, \\ x - 2y + 2z = 17, \\ x + y + 3z = 4. \end{cases}$	№15. $\begin{cases} x + 3y - 4z = -9, \\ 2x + 7y + 4z = 6, \\ -3x + 2y + 5z = 13. \end{cases}$	№25. $\begin{cases} x + 4y + 4z = 10, \\ 2x - 3y - z = -4, \\ 3x - y + 2z = 1. \end{cases}$

### Практическая работа №29.

#### «Применение табличного процессора Microsoft Excel для решения прикладных задач, сводящихся к СЛАУ»

**Цель:** овладеть технологией решения систем линейных алгебраических уравнений средствами MS Excel; продолжить отработать вычислительные навыки при решении задач по специальности, развивать умения обобщать, систематизировать, делать выводы, сравнивать.

#### Вариант 1

- На заводе установлены три машины, каждая из которых требует различного количества энергии для работы. Пусть первая машина потребляет 5 кВт, вторая — 8 кВт, а третья — 12 кВт. В цехе имеется три источника энергии с различной мощностью: 15 кВт, 20 кВт и 25 кВт. Необходимо определить, сколько энергии от каждого источника должно быть направлено на каждую машину при условии, что нагрузка распределяется пропорционально.
- При выполнении плана производства завод должен изготовить детали трех видов в количествах  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  (тыс. штук) соответственно. Если изготавливать эти детали в количествах  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$  (тыс. штук) соответственно, то план производства будет перевыполнен в полтора раза. Если же детали изготавливать в количествах  $a_{31}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{33}$  (тыс. штук) соответственно, то выполнение плана составит лишь 75%. Постройте математическую модель задачи и определите стоимость детали каждого вида, если план производства составляет  $Q$  тыс. руб. План производства завода  $Q$  (тыс. руб.) и значения  $a_{ij}$  (в виде матрицы) даны ниже.  $Q = 16$ ,  $A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ .

#### Вариант 2

- Из некоторого листового материала необходимо выкроить 360 заготовок типа А, 300 заготовок типа Б и 675 заготовок типа В. При этом можно применить три способа раскроя. Количество заготовок, получаемых из каждого листа при каждом способе раскроя указано в таблице. Найдите количество листов

материала, раскраиваемых соответственно первым, вторым и третьим способами.

Тип заготовки	Способ раскроя		
	1	2	3
А	3	2	1
Б	1	6	2
В	4	1	5

2. При выполнении плана производства завод должен изготовить детали трех видов в количествах  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  (тыс. штук) соответственно. Если изготавливать эти детали в количествах  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$  (тыс. штук) соответственно, то план производства будет перевыполнен в полтора раза. Если же детали изготавливать в количествах  $a_{31}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{33}$  (тыс. штук) соответственно, то выполнение плана составит лишь 75%. Постройте математическую модель задачи и определите стоимость детали каждого вида, если план производства составляет  $Q$  тыс. руб. План производства завода  $Q$  (тыс. руб.) и значения  $a_{ij}$  (в виде матрицы) даны

$$\text{ниже } Q = 28, A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

### Вариант 3

1. Два источника постоянного тока соединены параллельно, имеют  $E_1=11,5$  В,  $R_1=2,5$  Ом,  $E_2=16,5$  В,  $R_2=6$  Ом, и нагрузочный резистор сопротивлением  $R_n=30$  Ом. Определить значения и направление токов через источники и нагрузку.
2. При выполнении плана производства завод должен изготовить детали трех видов в количествах  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  (тыс. штук) соответственно. Если изготавливать эти детали в количествах  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$  (тыс. штук) соответственно, то план производства будет перевыполнен в полтора раза. Если же детали изготавливать в количествах  $a_{31}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{33}$  (тыс. штук) соответственно, то выполнение плана составит лишь 75%. Постройте математическую модель задачи и определите стоимость детали каждого вида, если план производства составляет  $Q$  тыс. руб. План производства завода  $Q$  (тыс. руб.) и значения  $a_{ij}$  (в виде матрицы) даны

$$\text{ниже. } Q = 18, A = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ \frac{3}{2} & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

### Практическая работа №30.

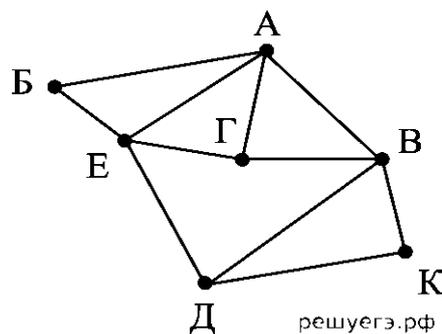
## «Составление графов».

**Цель:** сформировать навыки задания графов различными способами, определять виды графов.

### Вариант 1

1. Есть следующие вершины: А, В, С, D, E. И рёбра: (А, В), (А, С), (В, С), (С, D), (D, E). Постройте граф на основе этих данных.
2. Дан граф, в который входят вершины А, В, С, D и рёбра: (А, В), (В, С), (С, D). Определите, является ли граф связным. Если нет, укажите все компоненты связности.
3. В графе с вершинами А, В, С, D, E и рёбрами с весами: (А, В, 1), (А, С, 4), (В, С, 2), (В, D, 5), (С, D, 1), (С, E, 3), и (D, E, 2) найдите кратчайший путь от А до E.
4. На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

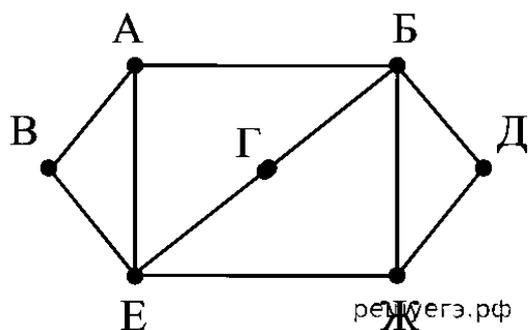
	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1					23	25	
п2			18	11	13		17
п3		18		15			
п4		11	15			22	
п5	23	13				19	14
п6	25			22	19		21
п7		17			14	21	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, в какой пункт ведёт самая короткая дорога из пункта В.

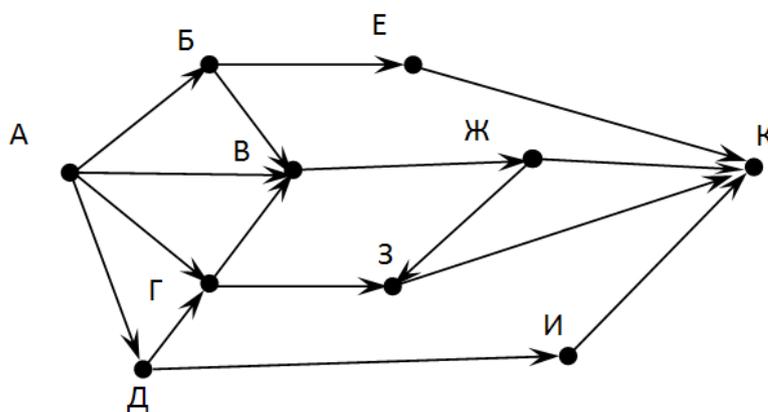
5. На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1		7					5
п2	7		11				12
п3		11		6	10	8	
п4			6		9		
п5			10	9			9
п6			8				7
п7	5	12			9	7	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину кратчайшего пути из пункта В в пункт Д, если передвигаться можно только по указанным дорогам. В ответе запишите целое число — длину пути в километрах.

6. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?

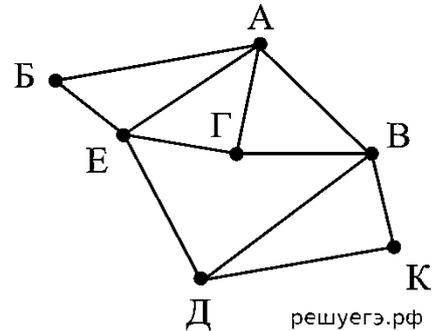


### Вариант 2

1. Постройте ориентированный граф из следующего набора рёбер: (А, В), (В, С), (С, Д), (Д, А), (В, Д). Укажите, есть ли в графе циклы.
2. Имеется неориентированный граф с рёбрами (А, В), (А, С), (В, С), (С, Д). Преобразуйте его в ориентированный граф, добавив направление к каждому ребру. Выберите произвольные направления.
3. Вам дан ориентированный граф, представляющий сеть с потенциалами: (А, В, 10), (А, С, 5), (В, С, 15), (В, Д, 10), (С, Д, 10). Найдите максимальный поток от А до Д.

4. На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

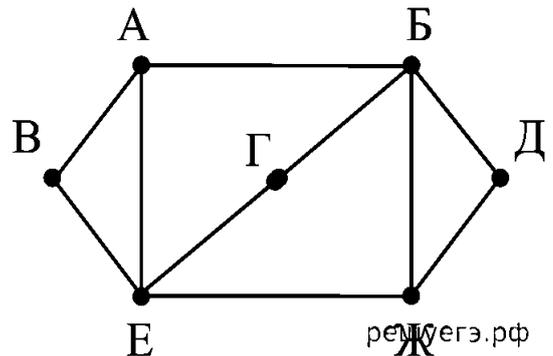
	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1		12		15	11	17	
п2	12		18	13			21
п3		18		16		23	20
п4	15	13	16				
п5	11					14	
п6	17		23		14		
п7		21	20				



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, в какой пункт ведёт самая короткая дорога из пункта А.

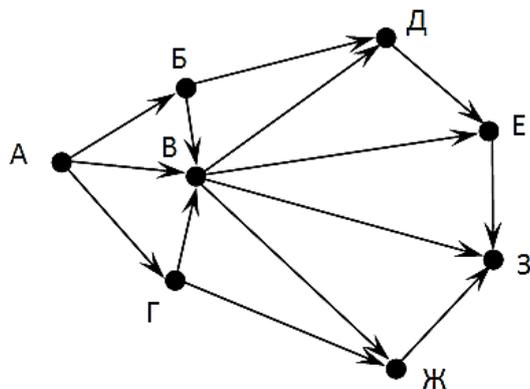
5. На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1					10		8
п2			7			6	12
п3		7				4	
п4						6	7
п5	10					15	14
п6		6	4	6	15		
п7	8	12		7	14		



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину кратчайшего пути из пункта В в пункт Д, если передвигаться можно только по указанным дорогам. В ответе запишите целое число — длину пути в километрах.

6. На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



### Практическая работа №31.

#### « Решение прикладных транспортных задач с помощью графов».

**Цель:** составление оптимального плана перевозки двигателей с помощью графов.

#### Вариант № 1

**Задача 1.** Представлена схема склада и производственного оборудования, представленная в виде неориентированного графа, где узлы — производственные линии А, В, С, D, E, F, а ребра — это дороги между ними, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Необходимо определить наиболее короткий путь для доставки запчастей от производственной линии А до производственной линии F.

	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

**Задача 2.** Определить оптимальный план транспортировки компонентов и оборудования для монтажа, технического обслуживания и ремонта промышленного оборудования с целью минимизации затрат, времени и ресурсов. Пункты отправления:

склады с запасами двигателей. Пункты назначения: Объекты, на которых будет производиться монтаж - производственные линии. Количество: заказы на однотипное оборудование и комплектующие, которые необходимо доставить на каждый из объектов.

Затраты на транспортировку: расходы, связанные с транспортировкой от каждого склада до каждого объекта - стоимость бензина. Минимизировать общие транспортные затраты при условии выполнения всех заказов в указанные сроки.

Пункты назнач. Пункты Отправ.	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	Запасы
$A_1$	12	15	21	11	240
$A_2$	14	8	15	20	190
$A_3$	19	16	26	19	190
Потребности	140	190	170	120	

### Вариант № 2

**Задача 1.** Схема склада и производственного оборудования, представленная в виде неориентированного графа, где узлы — это зоны обслуживания А, В, С, D, E, а ребра — это дороги между ними, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет). Необходимо определить наиболее кратчайший путь для доставки запчастей от склада А до производственной линии В, минимизируя время доставки и затраты на транспортировку.

	А	В	С	D	E
А			3	1	4
В			4		2
С	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		

**Задача 2.** Определить оптимальный план транспортировки компонентов и оборудования для монтажа, технического обслуживания и ремонта промышленного

оборудования с целью минимизации затрат, времени и ресурсов. Пункты отправления: склады с запасами двигателей. Пункты назначения: Объекты, на которых будет производиться монтаж - производственные линии. Количество: заказы на однотипное оборудование и комплектующие, которые необходимо доставить на каждый из объектов.

Затраты на транспортировку: расходы, связанные с транспортировкой от каждого склада до каждого объекта - стоимость бензина. Минимизировать общие транспортные затраты при условии выполнения всех заказов в указанные сроки.

Пункты Отправ.	Пункты назнач.	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	Запасы
$A_1$		15	21	14	7	350
$A_2$		8	15	11	9	330
$A_3$		16	26	12	13	270
Потребности		160	390	250	150	

## Тестирования

### Тест по теме «Матрицы и определители. Свойства определителей»

1. Раздел математики, изучающий определители и матрицы называется:
  - a) алгеброй линейной
  - b) алгеброй
  - c) высшей математикой
  - d) линейным программированием
2. Определитель – это:
  - a) число
  - b) матрица
  - c) таблица чисел
  - d) вектор
3. Чему не может быть равен определитель:
  - a) нулю
  - b) отрицательному значению
  - c) дробному значению
  - d) бесконечности
4. Порядок определителя – это:
  - a) диапазон значений его элементов
  - b) значение определителя
  - c) число его строк и столбцов
  - d) сумма индексов последнего элемента последней строки
5. Минор определителя – это:
  - a) сумма элементов главной диагонали
  - b) произведение элементов главной диагонали
  - c) другой определитель, полученный из данного вычеркиванием строки и столбца
  - d) алгебраическое дополнение элемента определителя
6. Алгебраическое дополнение каждого элемента равно:
  - a) минору этого элемента, взятому с противоположным знаком
  - b) минору этого элемента, взятому со своим знаком

- c) минору этого элемента, взятому со своим знаком, если сумма номеров строки и столбца, на пересечении которых стоит данный элемент, нечетно, и с обратным знаком, если – четно
- d) минору этого элемента, взятому со своим знаком, если сумма номеров строки и столбца, на пересечении которых стоит данный элемент, четно, и с обратным знаком, если - нечетно

**7.** Разложением определителя по элементам строки называется:

- a) нахождение определителя как суммы произведений элементов строки на их алгебраические дополнения
- b) нахождение определителя как суммы произведений элементов столбца на их алгебраические дополнения
- c) нахождение определителя как суммы произведений элементов строки на миноры этих элементов
- d) нахождение определителя как суммы произведений элементов столбца на миноры этих элементов

**8.** Матрица – это:

- a) прямоугольная таблица чисел
- b) определитель, отличный от нуля
- c) минор
- d) неопределяемое понятие

**9.** Порядок может быть только у матрицы следующего вида:

- a) прямоугольной
- b) квадратной
- c) матрицы-строки
- d) любой

**10.** Диагональной называется матрица, у которой:

- a) все элементы вне главной диагонали равны нулю
- b) все элементы главной диагонали равны нулю
- c) все элементы главной диагонали равны единице
- d) все элементы на главной и побочной диагоналях равны нулю

**11.** Присоединённой матрицей к квадратной матрице может являться:

- a) матрица того же порядка

- b) матрица, определитель которой равен определителю данной матрицы
- c) матрица порядка на один меньше, чем у данной матрицы
- d) такая матрица, что произведение их определителей равно единице

**12.** Чтобы вычислить произведение матрицы на число, нужно:

- a) умножить элементы главной диагонали на это число
- b) умножить элементы первой строки на это число
- c) умножить элементы первого столбца на это число
- d) умножить каждый элемент на это число

**13.** При умножении матрицы на единичную матрицу будет получена:

- a) исходная матрица
- b) транспонированная матрица
- c) обратная матрица
- d) единичная матрица

**14.** Операция умножения матриц не обладает свойством:

- a) ассоциативности
- b) коммутативности
- c) дистрибутивности

**15.** Система линейных уравнений называется совместной, если она:

- a) имеет единственное решение
- b) не имеет решений
- c) имеет бесконечное множество решений
- d) имеет хотя бы одно решение

**16.** При решении систем уравнений методом Гаусса нельзя:

- a) удалять равные или пропорциональные строки кроме одной
- b) любую строку умножать или делить на некоторое число
- c) переставлять местами строки
- d) умножать любой столбец на некоторое число

**17.** Если при решении системы уравнений методом Крамера все определители равны нулю, то:

- a) система имеет единственное решение
- b) система имеет ненулевые решения
- c) система имеет бесконечное множество решений

d) система не имеет решений

**18.** Методом обратной матрицы может быть решена:

a) любая система линейных уравнений

b) система линейных уравнений, имеющая квадратную матрицу

c) система линейных уравнений, имеющая квадратную невырожденную матрицу

d) система как линейных, так и нелинейных уравнений

**19.** Для решения систем линейных уравнений методом Крамера в MS Excel ее главный и вспомогательные определители вычисляются с использованием функции:

a) МОБР

b) МОПРЕД

c) МУЛЬТИНОМ

d) МУМНОЖ

**20.** Указать неверное свойство определителей:

a) определитель обратной матрицы равен определителю исходной матрицы

b) если матрица содержит нулевую строку (столбец), то определитель этой матрицы равен нулю

c) если две строки (столбца) матрицы пропорциональны друг другу, то определитель этой матрицы равен нулю

d) если в определителе переставить местами любые две строки или два столбца, то определитель изменяет свой знак на противоположный

e) умножение всех элементов строки или столбца определителя на некоторое число равносильно умножению определителя на это же число

f) определитель не изменится, если к элементам любой его строки (или столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (или соответствующего столбца), умноженные на одно и то же число

**21.** К элементарным преобразованиям матриц не относится:

a) перестановка строк

b) умножение любой строки на число, отличное от нуля

c) умножение любой строки матрицы на другую строку

d) прибавление к одной из строк любой другой строки, умноженной на любое число

22. К арифметическим действиям над матрицами не относится:

- a) сумма матриц
- b) произведение матрицы на число
- c) произведение матриц
- d) деление матриц

23. Транспортированная матрица характеризуется тем, что:

- a) составленная из алгебраических дополнений элементов данной матрицы, разделенных на величину определителя исходной матрицы
- b) получена из данной матрицы заменой строк столбцами с соответствующим номером
- c) равна произведению исходной и обратной матриц
- d) не имеет обратной матрицы

### Тест по теме: «Матрицы. Определители».

1. Выберите единичную матрицу из числа предложенных:

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

3)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$

2)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

4)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

2. Укажите матрицу  $A^t$ , если матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

3)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix};$

2)  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$

4)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$

3. Выберите вектор – столбец из числа предложенных матриц

1)  $(1 \ 0 \ 0 \ 1);$

3)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$

2)  $(1 \ 1);$

4)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$

4. Найдите сумму матриц  $2A + 5B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} 35 & 56 \\ 35 & -7 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 19 & 31 \\ 22 & 1 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 16 & 25 \\ 13 & -8 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ .

5. Найдите сумму матриц  $A^t + B^t$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

6. Найдите  $A^2$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ ;

5)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ .

7. Найдите произведение матриц  $A \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

1) произведение  $A \cdot B$  не определено;

3)  $\begin{pmatrix} -6 & -20 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 2 & -8 & 0 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -20 & -2 \end{pmatrix}$ .

8. Как изменится определитель при транспонировании матрицы?

1) определитель не изменится;

2) знак определителя поменяется на противоположный;

3) значение определителя удвоится;

4) определитель примет значение, обратное исходному

9. Вычислите определитель 2-го порядка  $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

1) -7;

2) -5;

3) 1;

4) 5.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

**10. Вычислите определитель 3-го порядка**

1) 98;

2) -30;

3) 90;

4) 104.

**11. Найдите значение  $x$ , решив уравнение**  $\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 

1)  $\frac{10}{7}$ ;

2) 0;

3)  $\frac{10}{3}$ ;

4)  $-\frac{2}{3}$ .

**12. Найдите разность матриц  $3A - 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$** 

1)  $\begin{pmatrix} 6 & 27 \\ -7 & 32 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} 56 & 3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ .

**13. Найдите сумму матриц  $A^t + B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$** 

1)  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 2 & 6 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 4 & 6 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

4)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

**14. Найдите  $B^2$ , если  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$** 

1)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} -7 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;

$$4) \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

15. Найдите произведение матриц  $A \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

1)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 15 & 4 & -5 \end{pmatrix}$ ;

3)  $\begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 1 & 4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$ ;

2)  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

4) произведение  $A \cdot B$  не определено;

16. Как изменится определитель при перестановке двух его параллельных рядов?

1) определитель не изменится;

2) знак определителя поменяется на противоположный;

3) значение определителя удвоится;

4) определитель примет значение, обратное исходному

17. Вычислите определитель 2-го порядка  $\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

1) -17;

2) 13;

3) 3;

4) -13.

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

18. Вычислите определитель 3-го порядка

1) 92;

2) 72;

3) 56;

4) 54.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ x & 3 & x \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

19. Найдите значение  $x$ , решив уравнение

1) 6;

2) 9;

3) 18;

4) -18.

20. Укажите матрицу  $A^t$ , если матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

## Тест по разделу «Теория вероятности и математическая статистика»

### 1 вариант

1. Опыт произвели  $n$  раз, событие  $A$  при этом произошло  $m$  раз. Найти частоту появления события  $A$ :  $n=m=100$

Ответ: а) 0,75 б) 1 в) 0,5 г) 0,1

2. Бросили игральную кость. Какова вероятность, что выпадет четное число очков

Ответ: а) 0,5 б)  $\frac{2}{3}$  в)  $\frac{1}{3}$  г)  $\frac{5}{6}$

3. В ящике 20 стандартных деталей и 7 бракованных. Вытащили три детали. Событие  $A_1$  – 1-ая деталь бракованная,  $A_2$  – 2-ая деталь бракованная,  $A_3$  – 3-ья деталь бракованная. Записать событие:  $B$  – все детали бракованные.

Ответ: а)  $\overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3} = B$  б)  $A_1 + A_2 + A_3 = B$  в)  $A_1 A_2 A_3 = B$  г)  $A_1 \overline{A_2} \overline{A_3} + \overline{A_1} \overline{A_2} A_3 + \overline{A_1} A_2 \overline{A_3} = B$

4. Пусть  $A$  – работает машина,  $B^l$  – работает  $l$ -ый котел ( $l=1,2,3$ ). Записать событие: установка работает машинно-котельная установка работает, если работает машина и хотя бы один котел.

Ответ: а)  $AB_1 B_2 B_3$  б)  $A(B_1 + B_2 + B_3)$  в)  $AB_1(B_1 + B_2)$  г)  $A(\overline{B_1} B_2 B_3 + B_1 \overline{B_2} B_3 + B_1 B_2 \overline{B_3} + B_1 B_2 B_3)$

5. На полке расставили  $n$ -томное собрание сочинений в произвольном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят в порядке возрастания номеров томов, если  $n = 5$ .

Ответ: а)  $\approx 0,0083$     б)  $\approx 0,000025$     в)  $\approx 0,00000028$     г)  $\approx 0,00020$

6. В группе 8 девушек и 6 юношей. Их разделили на две равные подгруппы. Сколько исходов благоприятствуют событию: все юноши окажутся в одной подгруппе?

Ответы а) 8    б) 168    в) 840    г) 56

7. Монету подбросили 3 раза. Какова вероятность того, что “орел” выпадет 3 раза.

Ответы: а)  $\frac{3}{8}$     б)  $\frac{1}{2}$     в)  $\frac{7}{8}$     г)  $\frac{1}{8}$

8. В ящике 25 шаров, из них 10 белых, 7 голубых, 3 желтых, 5 синих. Найти вероятность того, что наудачу вынутый шар белый.

Ответы: а)  $\frac{7}{25}$     б) 0,4    в) 0,2    г)  $\frac{3}{25}$

9. Выбрать правильный ответ:  $P(A + \bar{A}) = ?$

Ответы: а) 0    б)  $1 - P(A)$     в) 1    г)  $P(A) + P(B) - P(AB)$

10. Выбрать правильный ответ: Формула полной вероятности

а)  $C_n^k p^k q^{n-k} = P_n(k)$     б)  $P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2) \cdot P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) \cdot P_{A_n}(B)$

в)  $\frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{\sum_{k=1}^n P(B_k)P_{B_k}(A)}$     г)  $P(A) \cdot P_A(B)$

11. Найти  $P(AB)$ , если  $P(A) = \frac{1}{3}$      $P_A(B) = \frac{2}{5}$

Ответы: а) 0,06    б)  $\frac{1}{6}$     в) 0,1    г)  $\frac{2}{15}$

12. Найти  $P(\bar{A})$ , если  $P(A) = 0,2$

Ответы: а) 0,5    б) 0,8    в) 0,2    г) 0,6

13. События А и В несовместимы. Найти  $P(A + B)$ , если  $P(A) = P(B) = 0,3$

Ответы: а) 0,9    б) 0,8    в) 0,7    г) 0,6

14. Найти  $P(A+B)$ , если  $P(A)=P(B)=0,3$   $P(AB)=0,1$

Ответы: а) 0,5 б) 0,6 в) 0,9 г) 0,7

15. Опыт произвели  $n$  раз. Событие  $A$  произошло при этом  $m$  раз. Найти частоту появления события  $A$ :  $n = 10, m = 2$

Ответы: а)  $\frac{1}{6}$  б) 0,2 в) 0,25 г) 0,15

16. Наивероятнейшим числом появлений события при повторении испытаний находим по формуле:

$$а) P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \quad (x) \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} \quad б) np - q \leq k_0 \leq np + p$$

$$в) P\left(\frac{m}{n} - p < \varepsilon\right) \rightarrow 1 \quad \text{при } n \rightarrow \infty \quad з) P(k_1 \leq k \leq k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) \quad x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

17. Сумма произведений каждого значения ДСВ на соответствующую вероятность называется.

Ответы: а) дисперсией случайной величины б) математическим ожиданием ДСВ

в) средним квадратическим отклонением г) законом распределения ДСВ

18. Вероятность безотказной работы одной ячейки доильной установки равна  $p$ .  $X$  – число безотказно работающих ячеек доильной установки во время дойки  $n$  коров.

Найти  $M(x)$ .

$$p = 0,9; \quad n = 10$$

Ответы: а) 8,4 б) 6 в) 7,2 г) 9

19. Вероятность безотказной работы одной ячейки доильной установки равна  $p$ .  $X$  – число безотказно работающих ячеек доильной установки во время дойки  $n$  коров.

Найти  $D(x)$ .

$$p = 0,9; \quad n = 10$$

Ответы: а) 2,52 б) 3,6 в) 1,44 г) 0,9

20. Задан биномиальный закон распределения ДСВ. Найти  $M(x)$ .

$$\frac{X}{P} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline C_4^0 0,6^0 \cdot 0,4^4 & C_4^1 0,6^1 \cdot 0,4^3 & C_4^2 0,6^2 \cdot 0,4^2 & C_4^3 0,6^3 \cdot 0,4^1 & C_4^4 0,6^4 \cdot 0,4^0 \end{array} \right.$$

Ответы: а) 2,8 б) 1,2 в) 2,4 г) 0,8

21. Задан биномиальный закон распределения ДСВ. Найти  $D(x)$ .

$$\frac{X}{P} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline C_4^0 0,6^0 \cdot 0,4^4 & C_4^1 0,6^1 \cdot 0,4^3 & C_4^2 0,6^2 \cdot 0,4^2 & C_4^3 0,6^3 \cdot 0,4^1 & C_4^4 0,6^4 \cdot 0,4^0 \end{array} \right.$$

Ответы: а) 0,96 б) 0,64 в) 0,36 г) 0,84

22. . Задан биномиальный закон распределения ДСВ. Найти  $P(x < 2)$ .

$$\frac{X}{P} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline C_4^0 0,6^0 \cdot 0,4^4 & C_4^1 0,6^1 \cdot 0,4^3 & C_4^2 0,6^2 \cdot 0,4^2 & C_4^3 0,6^3 \cdot 0,4^1 & C_4^4 0,6^4 \cdot 0,4^0 \end{array} \right.$$

Ответы: а) 0,0272 б) 0,0272 в) 0,3398 г) 0,1792

23. Найти соответствующую формулу:  $M(x) = ?$

а)  $M(x^2) - (M(x))^2$     б)  $\int_a^b xf(x)dx$     в)  $F(b) - F(a)$     з)  $\sqrt{D(x)}$

Ответы:

24. Задан закон распределения ДСВ. Найти  $M(x)$ .

$$\frac{X}{P(x)} \left| \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0,1 & 0,2 & 0,4 & 0,3 \end{array} \right.$$

Ответ: а) 3,8 б) 4,2 в) 0,7 г) 1,9

25. Задан закон распределения ДСВ  $\frac{x_i}{p_i} \left| \begin{array}{c|c|c|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \hline p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \end{array} \right.$ . Найти  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4$ .

Ответы: а)  $p_1 + p_2 + p_3$     б) 1    в)  $p_1 + p_2$     з)  $p_3 + p_4$

26.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = ?$

Ответы: а)  $F(x)$     б) 1    в)  $f(x)$     з)  $P(a \leq x \leq b)$

27. Случайная величина имеет равномерное распределение, если

$$a) f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad б) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{при } x > b \end{cases}$$

в) она принимает значения  $0, 1, 2, \dots, t, \dots, n$  с вероятностями  $P(x = t) = C_n^m p^m q^{n-m}$

$$г) f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } x \geq 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Ответы:

28. Найти дифференциальную функцию распределения  $f(x)$ , если

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{x^3}{8}, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

$$a) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 2x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad б) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 2 \\ \frac{1}{3}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{если } x > 5 \end{cases}$$

$$в) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad г) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{3x^2}{8}, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

Ответы:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 2x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

29. Найти интегральную функцию распределения  $F(x)$ , если

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad б) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{1}{3}x, & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

Ответ: а)

б)

$$в) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad г) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{x^3}{8}, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

30. В формуле  $P_n(k_1 \leq k \leq k_2) = \Phi(b) - \Phi(a)$  а равно

Ответы: а)  $\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$     б)  $\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$     в)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$     г)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

## Тест по разделу «Теория вероятности и математическая статистика»

### 2 вариант

1. Опыт произвели  $n$  раз, событие  $A$  при этом произошло  $m$  раз. Найти частоту появления события  $A$ :  $n=1000$ ;  $m=100$

Ответ: а) 0,75    б) 1    в) 0,5    г) 0,1

2. Бросили игральную кость. Какова вероятность, что выпадет больше четырех очков

Ответ: а) 0,5    б)  $\frac{2}{3}$     в)  $\frac{1}{3}$     г)  $\frac{5}{6}$

3. В ящике 20 стандартных деталей и 7 бракованных. Вытащили три детали. Событие  $A_1$  – 1-ая деталь бракованная,  $A_2$  – 2-ая деталь бракованная,  $A_3$  – 3-ья деталь бракованная. Записать событие:  $B$  – все детали стандартные.

Ответ: а)  $\overline{A_1 A_2 A_3} = B$     б)  $A_1 + A_2 + A_3 = B$     в)  $A_1 A_2 A_3 = B$     г)  $\overline{A_1 A_2 A_3} + \overline{A_1 A_2} A_3 + \overline{A_1} A_2 \overline{A_3} = B$

4. Пусть  $A$  – работает машина,  $B^l$  – работает  $l$ -ый котел ( $l=1,2,3$ ). Записать событие: установка работает машинно-котельная установка работает, если работает машина и хотя бы два котла.

Ответ: а)  $AB_1 B_2 B_3$     б)  $A(B_1 + B_2 + B_3)$     в)  $AB_1(B_1 + B_2)$     г)  $A(\overline{B_1} B_2 B_3 + B_1 \overline{B_2} B_3 + B_1 B_2 \overline{B_3} + B_1 B_2 B_3)$

5. На полке расставили  $n$ -томное собрание сочинений в произвольном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят в порядке возрастания номеров томов, если  $n = 8$ .

Ответ: а)  $\approx 0,0083$     б)  $\approx 0,000025$     в)  $\approx 0,00000028$     г)  $\approx 0,00020$

6. В группе 8 девушек и 6 юношей. Их разделили на две равные подгруппы. Сколько исходов благоприятствуют событию: 2 юноши окажутся в одной подгруппе, а 4 в другой?

Ответы а) 8 б) 168 в) 840 г) 56

7. Монету подбросили 3 раза. Какова вероятность того, что “орел” выпадет 1 раз.

Ответы: а)  $\frac{3}{8}$  б)  $\frac{1}{2}$  в)  $\frac{7}{8}$  г)  $\frac{1}{8}$

8. В ящике 25 шаров, из них 10 белых, 7 голубых, 3 желтых, 5 синих. Найти вероятность того, что наудачу вынутый шар голубой.

Ответы: а)  $\frac{7}{25}$  б) 0,4 в) 0,2 г)  $\frac{3}{25}$

9. Выбрать правильный ответ:  $P(A\bar{A}) = ?$

Ответы: а) 0 б)  $1 - P(A)$  в) 1 г)  $P(A) + P(B) - P(AB)$

10. Выбрать правильный ответ: Формула Бернулли

а)  $C_n^k p^k q^{n-k} = P_n(k)$  б)  $P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n)P_{A_n}(B)$

в)  $\frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{\sum_{k=1}^n P(B_k)P_{B_k}(A)}$  г)  $P(A) \cdot P_A(B)$

11. Найти  $P(AB)$ , если  $P(B) = \frac{1}{2}$   $P_B(A) = \frac{1}{3}$

Ответы: а) 0,06 б)  $\frac{1}{6}$  в) 0,1 г)  $\frac{2}{15}$

12. Найти  $P(\bar{A})$ , если  $P(A) = 0,8$

Ответы: а) 0,5 б) 0,8 в) 0,2 г) 0,6

13. События А и В несовместимы. Найти  $P(A + B)$ , если  $P(A) = 0,25$   $P(B) = 0,45$

Ответы: а) 0,9 б) 0,8 в) 0,7 г) 0,6

14. Найти  $P(A+B)$ , если  $P(A)=0,2$   $P(B)=0,8$   $P(AB)=0,1$

Ответы: а) 0,5 б) 0,6 в) 0,9 г) 0,7

15. Опыт произвели  $n$  раз. Событие  $A$  произошло при этом  $m$  раз. Найти частоту появления события  $A$ :  $n = 20, m = 3$

Ответы: а)  $\frac{1}{6}$  б) 0,2 в) 0,25 г) 0,15

16. Локальная теорема Муавра-Лапласа

$$a) P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \quad (x) \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} \quad б) np - q \leq k_0 \leq np + p$$

$$в) P\left(\frac{m}{n} - p < \varepsilon\right) \rightarrow 1 \quad \text{при } n \rightarrow \infty \quad з) P(k_1 \leq k \leq k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) \quad x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

17. Математическое ожидание квадрата разности между случайной величиной  $X$  и ее математическим ожиданием называется:

Ответы: а) дисперсией случайной величины б) математическим ожиданием ДСВ

в) средним квадратическим отклонением г) законом распределения ДСВ

18. Вероятность безотказной работы одной ячейки доильной установки равна  $p$ .  $X$  – число безотказно работающих ячеек доильной установки во время дойки  $n$  коров.

Найти  $M(x)$ .

$$p = 0,8; \quad n = 9$$

Ответы: а) 8,4 б) 6 в) 7,2 г) 9

19. Вероятность безотказной работы одной ячейки доильной установки равна  $p$ .  $X$  – число безотказно работающих ячеек доильной установки во время дойки  $n$  коров.

Найти  $D(x)$ .

$$p = 0,8; \quad n = 9$$

Ответы: а) 2,52 б) 3,6 в) 1,44 г) 0,9

20. Задан биномиальный закон распределения ДСВ. Найти  $M(x)$ .

$$\frac{X}{P} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline C_4^0 0,2^0 \cdot 0,8^4 & C_4^1 0,2^1 \cdot 0,8^3 & C_4^2 0,2^2 \cdot 0,8^2 & C_4^3 0,2^3 \cdot 0,8^1 & C_4^4 0,2^4 \cdot 0,8^0 \end{array} \right.$$

Ответы: а) 2,8 б) 1,2 в) 2,4 г) 0,8

21. Задан биномиальный закон распределения ДСВ. Найти  $D(x)$ .

$$\frac{X}{P} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline C_4^0 0,2^0 \cdot 0,8^4 & C_4^1 0,2^1 \cdot 0,8^3 & C_4^2 0,2^2 \cdot 0,8^2 & C_4^3 0,2^3 \cdot 0,8^1 & C_4^4 0,2^4 \cdot 0,8^0 \end{array} \right.$$

Ответы: а) 0,96 б) 0,64 в) 0,36 г) 0,84

22. Задан биномиальный закон распределения ДСВ. Найти  $P(x > 2)$ .

$$\frac{X}{P} \left| \begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline C_4^0 0,2^0 \cdot 0,8^4 & C_4^1 0,2^1 \cdot 0,8^3 & C_4^2 0,2^2 \cdot 0,8^2 & C_4^3 0,2^3 \cdot 0,8^1 & C_4^4 0,2^4 \cdot 0,8^0 \end{array} \right.$$

Ответы: а) 0,0272 б) 0,0272 в) 0,3398 г) 0,1792

23. Найти соответствующую формулу:  $D(x) = ?$

а)  $M(x^2) - (M(x))^2$     б)  $\int_a^b xf(x)dx$     в)  $F(b) - F(a)$     г)  $\sqrt{D(x)}$

Ответы:

24. Задан закон распределения ДСВ. Найти  $M(x)$ .

$$\frac{x}{P(x)} \left| \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 2 & 4 & 6 \\ \hline 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,6 \end{array} \right.$$

Ответ: а) 3,8 б) 4,2 в) 0,7 г) 1,9

25. Задан закон распределения ДСВ  $\frac{x_i}{p_i} \left| \begin{array}{c|c|c|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \hline p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \end{array} \right.$ . Найти.  $p(x_1 \leq x \leq x_3)$

Ответы: а)  $p_1 + p_2 + p_3$     б) 1    в)  $p_1 + p_2$     г)  $p_3 + p_4$

26.  $\int_{-\infty}^x f(t)dt = ?$

Ответы: а)  $F(x)$     б) 1    в)  $f(x)$     г)  $P(a \leq x \leq b)$

27. Случайная величина имеет нормальное распределение, если

Ответы:

$$a) f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad б) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{при } x > b \end{cases}$$

в) она принимает значения  $0, 1, 2, \dots, m, \dots, n$  с вероятностями  $P(x = m) = C_n^m p^m q^{n-m}$

$$г) f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } x \geq 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

28. Найти дифференциальную функцию распределения  $f(x)$ , если

Ответы:

$$a) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 2x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad б) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 2 \\ \frac{1}{3}, & \text{если } 2 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{если } x > 5 \end{cases}$$

$$в) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad г) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{3x^2}{8}, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{1}{3}, & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

29. Найти интегральную функцию распределения  $F(x)$ , если

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad б) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{1}{3}x, & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

Ответ: а)

б)

$$в) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases} \quad г) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \frac{x^3}{8}, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

30. В формуле  $P_n(k_1 \leq k \leq k_2) = \Phi(b) - \Phi(a)$  в равно

Ответы: а)  $\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$     б)  $\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$     в)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$     г)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

## Тест «Определенный интеграл и его приложения».

### Вариант 1.

1. Какой из интегралов нельзя вычислять с помощью формулы Ньютона-Лейбница:

а)  $\int_0^2 (x-1)x dx$ ;    б)  $\int_0^2 \frac{x dx}{(x-1)^2}$ ;    в)  $\int_0^2 \sqrt{x+1} x dx$ ;    г)  $\int \frac{x dx}{(x+1)^2}$  ?

2. Вычислите интеграл  $\int_1^2 (x - 3x^2) dx$ .

а) 5,5;    б) 11;    в) -5,5;    г) другой ответ.

3. Вычислите интеграл  $\int_{\frac{1}{3}}^1 (2 - 3x)^5 dx$ .

а)  $\frac{1}{9}$ ;    б)  $\frac{1}{18}$ ;    в) 0;    г) другой ответ.

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 2x}$ .

а)  $\sqrt{3}$ ;    б)  $2\sqrt{3}$ ;    в)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;    г) другой ответ.

5. Вычислите интеграл, пользуясь его геометрической интерпретацией,  $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx$ .

а)  $4,5\pi$ ;    б)  $2,25\pi$ ;    в)  $9\pi$ ;    г) другой ответ.

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=2x$ ,  $y=0$ ,  $x=1$  и  $x=3$ .

а) 8;    б) 4;    в) 6;    г) другой ответ.

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y=x^2-x$  и осью абсцисс.

а)  $\frac{1}{6}$ ;    б)  $\frac{5}{6}$ ;    в)  $\frac{1}{3}$ ;    г) другой ответ.

8. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=2x-x^2$  и  $y=x$ .

а)  $\frac{1}{6}$ ;    б)  $1\frac{1}{3}$ ;    в)  $\frac{1}{3}$ ;    г) другой ответ.

9. При каком значении  $a$  верно равенство  $\int_a^{a+2} (x^3 + 5x) dx = 0$  ?

а) -1;    б) 1;    в) -2;    г) другой ответ.

10. Найдите объем фигуры, полученной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y=x^2$ ,  $x=0$  и  $x=1$ ,  $y=0$  вокруг оси абсцисс.

а)  $\frac{\pi}{6}$ ;    б)  $\frac{\pi}{5}$ ;    в)  $\frac{\pi}{4}$ ;    г) другой ответ.

### Вариант 2.

1. Какой из интегралов нельзя вычислять с помощью формулы Ньютона-Лейбница:

а)  $\int_0^{\pi} t g x g x$ ;      б)  $\int_0^2 \frac{x dx}{x+4}$ ;      в)  $\int_1^5 (x^3 + x) dx$ ;      г)  $\int_0^{\pi} \cos x dx$  ?

2. Вычислите интеграл  $\int_1^2 (-x + x^2) dx$ .

а)  $-\frac{5}{6}$ ;      б)  $\frac{5}{6}$ ;      в) 2;      г) другой ответ.

3. Вычислите интеграл  $\int_0^1 (1-2x)^6 dx$ .

а)  $\frac{1}{14}$ ;      б)  $\frac{1}{7}$ ;      в) 0;      г) другой ответ.

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{8}} \frac{dx}{\sin^2 2x}$ .

а) 0;      б)  $\frac{1}{2}$ ;      в)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      г) другой ответ.

5. Вычислите интеграл, пользуясь его геометрической интерпретацией,  $\int_0^4 |x-2| dx$ .

а) 2;      б) 3;      в) 4;      г) другой ответ.

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=-4x$ ,  $y=0$ ,  $x=-1$  и  $x=0$ .

а) 2;      б) 4;      в) 6;      г) другой ответ.

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y=4x^2-1$  и осью абсцисс.

а)  $\frac{1}{6}$ ;      б)  $-\frac{2}{3}$ ;      в)  $\frac{2}{3}$ ;      г) другой ответ.

8. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=6-x$ ,  $y=\sqrt{x}$  и  $y=0$ .

а)  $3\frac{2}{3}$ ;      б)  $14\frac{2}{3}$ ;      в)  $7\frac{1}{3}$ ;      г) другой ответ.

9. При каком значении  $a$  верно равенство  $\int_a^{a+1} (-x^3 + 3x) dx = 0$  ?

а) -1;      б) 1;      в) -0,5;      г) другой ответ.

10. Найдите объем фигуры, полученной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y=0,5x$ ,  $x=2$  и  $x=1$ ,  $y=0$  вокруг оси абсцисс.

а)  $\frac{7\pi}{12}$ ;      б)  $\frac{5\pi}{12}$ ;      в)  $\pi$ ;      г) другой ответ.

### Вариант 3.

1. Какой из интегралов нельзя вычислять с помощью формулы Ньютона-Лейбница:

а)  $\int_0^2 \sqrt{x} dx$ ;      б)  $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ;      в)  $\int_0^{\pi} \sin x dx$ ;      г)  $\int_0^1 \frac{x dx}{\cos x}$  ?

2. Вычислите интеграл  $\int_1^2 \frac{dx}{x^2}$ .

- а) -0,5;      б) 1;      в) 0,5;      г) другой ответ.

3. Вычислите интеграл  $\int_1^2 (-3 + 2x)^7 dx$ .

- а)  $\frac{1}{8}$ ;      б)  $\frac{1}{16}$ ;      в) 0;      г) другой ответ.

4. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx$ .

- а)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      б)  $\sqrt{3}$ ;      в)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ;      г) другой ответ.

5. Вычислите интеграл, пользуясь его геометрической интерпретацией,  $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$ .

- а)  $2\pi$ ;      б)  $\frac{\pi}{2}$ ;      в)  $\pi$ ;      г) другой ответ.

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=6x$ ,  $y=0$ ,  $x=1$  и  $x=2$ .

- а) 3;      б) 9;      в) 6;      г) другой ответ.

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y=3x^2-6x$  и осью абсцисс.

- а) 2;      б) 4;      в) 6;      г) другой ответ.

8. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=\frac{1}{4}x^3$ ,  $y=\sqrt{2x}$ .

- а)  $1\frac{2}{3}$ ;      б)  $2\frac{1}{3}$ ;      в)  $3\frac{1}{3}$ ;      г) другой ответ.

9. При каком значении  $a$  верно равенство  $\int_{a-1}^{a+1} (x^3 + x) dx = 0$ ?

- а) 0;      б) 1;      в) -1;      г) другой ответ.

10. Найдите объем фигуры, полученной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y=x^2$ ,  $x=0$  и  $x=1$ ,  $y=0$  вокруг оси абсцисс.

- а)  $\frac{\pi}{10}$ ;      б)  $\frac{\pi}{5}$ ;      в)  $\frac{2\pi}{5}$ ;      г) другой ответ.

#### Вариант 4.

1. Какой из интегралов нельзя вычислять с помощью формулы Ньютона-Лейбница:

- а)  $\int_{-1}^1 \operatorname{ctg} x dx$ ;      б)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\cos x}$ ;      в)  $\int_0^{\pi} \sin^2 x dx$ ;      г)  $\int_0^1 (x + \cos x) dx$  ?

2. Вычислите интеграл  $\int_1^2 (1 - 2x - x^2) dx$ .

- а)  $-4\frac{1}{3}$ ;      б)  $4\frac{1}{3}$ ;      в)  $-5\frac{2}{3}$ ;      г) другой ответ.

3. Вычислите интеграл  $\int_{0,5}^1 (-3 + 4x)^4 dx$ .

- а)  $\frac{1}{20}$ ;      б)  $\frac{1}{10}$ ;      в) 0;      г) другой ответ.

4. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{8}} 2 \sin 2x dx$ .

- а)  $\sqrt{2}$ ;      б)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      в)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      г) другой ответ.

5. Вычислите интеграл, пользуясь его геометрической интерпретацией,  $\int_{-4}^0 |x + 2| dx$ .

- а) 2;      б) 3;      в) 4;      г) другой ответ.

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -4x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  и  $x = 4$ .

- а) 15,5;      б) 21;      в) 31;      г) другой ответ.

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = -x^2 - 2x$  и осью абсцисс.

- а) 2;      б)  $1\frac{1}{3}$ ;      в)  $2\frac{2}{3}$ ;      г) другой ответ.

8. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $x = y^2$ .

- а)  $\frac{1}{3}$ ;      б) 1;      в)  $\frac{2}{3}$ ;      г) другой ответ.

9. При каком значении  $a$  верно равенство  $\int_{a-4}^a (-2x^3 + 7x) dx = 0$ ?

- а) 0;      б) -2;      в) 2;      г) другой ответ.

10. Найдите объем фигуры, полученной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = x$ ,  $x = 1$  и  $x = 3$ ,  $y = 0$  вокруг оси абсцисс.

- а)  $\frac{26\pi}{6}$ ;      б)  $\frac{13\pi}{3}$ ;      в)  $\frac{26\pi}{3}$ ;      г) другой ответ.

Самостоятельные работы (аудиторные)

Самостоятельная работа по теме: «Неопределенный интеграл.

Методы интегрирования»

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx .$$

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx .$$

$$3. \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx .$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx .$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2} .$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (8x - 4)^3 dx .$$

$$7. \int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx .$$

$$8. \int x^5 \cdot e^{x^6} dx .$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по

частям:  $\int (x + 5) \cos x dx .$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx .$$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx .$$

$$3. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx .$$

$$4. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx .$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}} .$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x+5)^4 dx .$$

$$7. \int \frac{18x^2-3}{6x^3-3x+8} dx .$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{-x^8} dx .$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x-2) \sin x dx$  .

### Самостоятельная работа по теме:

### «Определенный интеграл и его приложения»

#### Вариант 1

$$1. \text{ Вычислить определенный интеграл: } \int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx .$$

2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:

$$\int_2^3 (2x-1)^3 dx .$$

3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$  .

4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  
 $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с).  
Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

### Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  
 $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  
 $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с).  
Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

### Самостоятельная работа по теме

**«Решение систем трёх линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными при помощи определителей третьего порядка»**

#### Вариант №1

##### Задание

1. Вычислите определитель двумя способами: способом Сарруса и с помощью разложения по элементам 1 строки.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу  $C=A+3B$ , если

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 - 4x_2 = -5 \end{cases}$$

### Вариант №2

#### Задание

1. Вычислите определитель двумя способами: способом Сарруса и с помощью разложения по элементам 2 строки.

$$\begin{vmatrix} 6 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу  $C=2A-B$ , если,

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ x - 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

### Вариант №3

#### Задание

1. Вычислите определитель двумя способами: способом Сарруса и с помощью разложения по элементам 3 строки.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу  $C=3A+B$ , если

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} x - 4y - 2z = 0 \\ 3x - 5y - 6z = -21 \\ 3x + y + z = -4 \end{cases}$$

#### Вариант №4

##### Задание

1. Вычислите определитель двумя способами: способом Сарруса и с помощью разложения по элементам 1 столбца.

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу  $C=A-4B$ , если
3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

#### Вариант №5

##### Задание

1. Вычислите определитель двумя способами: способом Сарруса и с помощью разложения по элементам 2 столбца.

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 9 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу  $C=4A-B$ , если
3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1; \\ 3x + 8y + 5z = 3; \\ 2x + 7y + 6z = 3. \end{cases}$$

#### Вариант №6

##### Задание

1. Вычислите определитель двумя способами: способом Сарруса и с помощью разложения по элементам 3 столбца.

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ -2 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу  $C=A+2B$ , если
3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1; \\ 2x - y + 2z = 4; \\ 4x + y + 4z = 2. \end{cases}$$